

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT
UNIVERSITETI**

ESHDAVLATOV ZARIFJON ZAFAR O‘G‘LI

**YORIQ-G‘OVAK MUHITDA ANOMAL MODDA KO‘CHIRISH
MASALALARINI YECHISH**

01.02.05 – Suyuqlik va gaz mexanikasi

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD)

Contents of dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD)

Eshdavlatov Zarifjon Zafar o'g'li

Yoriq-g'ovak muhitda anomal modda ko'chirish masalalarini yechish 3

Эшдавлатов Зарифжон Зафар оглы

Решение задач аномального переноса вещества в трещиновато-пористых средах..... 21

Eshdavlatov Zarifjon Zafar ugli

Solution of anomalous solute transport problems in fractured-porous media..... 39

E'lon qilingan ishlar ro'yxati

Список опубликованных работ

List of published works 43

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT
UNIVERSITETI**

ESHDAVLATOV ZARIFJON ZAFAR O‘G‘LI

**YORIQ-G‘OVAK MUHITDA ANOMAL MODDA KO‘CHIRISH
MASALALARINI YECHISH**

01.02.05 – Suyuqlik va gaz mexanikasi

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Samarqand – 2026

Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2022.4.PhD/FM800 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (O'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida (www.samdu.uz) va "Ziyonet" axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:

Xo'jayorov Baxtiyor

fizika-matematika fanlari doktori, professor

Rasmiy opponentlar:

Nazarov Umarali Abduvaxobovich

Fizika-matematika fanlari doktori, dotsent

Djabarov Mamasoli Sadikovich

Fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

Yetakchi tashkilot:

Toshkent davlat transport universiteti

Dissertatsiya himoyasi Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti huzuridagi DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 raqamli Ilmiy kengashning «11» sentabr 2026-yil soat 10⁰⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 140104, Samarqand sh., Universitet xiyoboni, 15-uy. Tel.: (+99866) 239-11-40, faks: (+99866) 239-11-40, 239-12-47, e-mail: devonxona@samdu.uz).

Dissertatsiya bilan Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (56 raqami bilan ro'yxatga olingan). Manzil: 140104, Samarqand sh., Universitet xiyoboni, 15-uy. Tel.: (+99866) 239-17-25.

Dissertatsiya avtoreferati 2026-yil «26» avgust kuni tarqatildi.
(2026-yil «26» avgust dagi 1 raqamli reyestr bayonnomasi).



R.I.Xalmuradov
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash raisi,
texnika fanlari doktori, professor

O'.A.Nishonov
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash ilmiy kotibi,
fizika-matematika fanlari
bo'yicha falsafa doktori (PhD)

J.Akilov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash
qoshidagi ilmiy seminar raisi o'rinbosari,
fizika-matematika fanlari doktori, professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda aholi sonining ortishi, iqlim o'zgarishi, urbanizatsiya jarayonlarining jadallashuvi va antropogen bosimning kuchayishi natijasida toza ichimlik suvi tanqisligi muammosi tobora ortib bormoqda, sanoat chiqindilari ta'sirida yer osti suv havzalarini ifloslanishini oldini olish va yer ostida suyuqlik tarkibidagi ifloslantiruvchi moddalar ko'chishi masalalariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Hozirgi kunda rivojlangan mamlakatlarda "dunyo aholisining 30%ga yaqini "o'ta yuqori" suv tanqisligi sharoitida yashaydi. BMTning 2025-yilga mo'ljallangan "Jahon suv resurslari to'g'risidagi hisoboti"ga ko'ra, chuchuk suv resurslarining 72% qishloq xo'jaligida, 15% sanoatda va 13% maishiy ehtiyojlar uchun ishlatiladi. 2000-yildan 2021-yilgacha global suv iste'moli 14%dan yiliga o'rtacha 0,7%ga oshdi. Tog'lar va muzliklar dunyodagi chuchuk suvning 60 foizini ta'minlaydi va 3 milliarddan ortiq odam uchun asosiy hayot manbai hisoblanadi. Biroq, iqlim o'zgarishi, muzliklarning jadal erishi va ekotizimlarning tanazzulga uchrashi suv resurslarining barqarorligiga jiddiy tahdid solmoqda"¹. Bu borada, jumladan, suyuqlik tarkibidagi har xil zararli moddalarning fraktal tuzilishli yoriq-g'ovak muhitlarda anomal harakatini ifodalovchi matematik modellarni ishlab chiqish, zararli zarralar konsentratsiyasi maydonlarini baholash, yoriqdan g'ovak blokka ko'chib o'tuvchi modda miqdorini aniqlash hamda mos hisoblash algoritmlarini ishlab chiqishga alohida e'tibor qaratilmoqda.

Jahonda yoriq-g'ovak muhitlarda anomal modda ko'chishi jarayonlarini matematik modellashtirish nazariyasi va unga mos hisoblash usullarini rivojlantirish bo'yicha keng ko'lamli ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Mazkur tadqiqotlar yer osti suvlari harakati, uglevodorod konlarini o'zlashtirish, geotexnologik jarayonlar, ekologik monitoring hamda kimyoviy reagentlarning g'ovak muhitlarda tarqalish qonuniyatlarini aniqlash bilan bevosita bog'liqdir. Ushbu sohada, jumladan, modda ko'chishi jarayonlarida adsorbsiya va desorbsiya hodisalarini hisobga olgan hamda hisobga olmagan matematik modellarni ishlab chiqish, ularni kasr tartibli differensial tenglamalar asosida takomillashtirish, anomal diffuziya mexanizmlarini aniq tavsiflash, yuqori unumdor hisoblash texnologiyalaridan foydalanish, samarali sonli algoritmlar va zamonaviy dasturiy ta'minotni yaratish hamda ularning aniqligi va hisoblash barqarorligini ta'minlash dolzarb ilmiy-amaliy vazifalardan biri hisoblanadi.

Respublikamizda g'ovak muhitda modda ko'chishi va suyuqliklar sizilishi jarayonlarini sonli tadqiq etish, ularning matematik modellarini ishlab chiqish hamda amaliy masalalarni yechishga xizmat qiluvchi samarali hisoblash algoritmlarini yaratish bo'yicha keng ko'lamli chora-tadbirlar amalga oshirilmoqda. 2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasida, jumladan, "Respublika aholisining ichimlik suvi bilan ta'minlanganlik darajasini 87 foizga yetkazish, 32 ta yirik shaharlar va 155 ta tuman markazlarida oqova suv

¹ Birlashgan Millatlar Tashkilotining dunyo miqyosidagi suv resurslari holati to'g'risidagi ma'ruzasi, 2024-y, <https://www.unwater.org/publications/un-world-water-development-report-2024>

tizimlarini yangilash...”² bo'yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Xususan, yer osti suvlari ifloslanish darajasini aniqlashda adsorbsiya hodisalarini hisobga olish, bir jinslimas suyuqliklarning ko'chishi va sizishi jarayonlariga muhit fraktalligi ta'sirini baholash bo'yicha hisoblash tajribalarini o'tkazish imkoniyatini beruvchi samarali algoritm va dasturiy ta'minotni yaratish muhim hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024-yil 5-yanvardagi PQ-5-son “Quyi bo'g'inda suv resurslarini boshqarish tizimini takomillashtirish hamda suv resurslaridan foydalanish samaradorligini oshirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi Qarori, 2023-yil 1-apreldagi PQ-107-son “Suv resurslaridan foydalanish samaradorligini oshirish bo'yicha kechiktirib bo'lmaydigan chora-tadbirlar to'g'risida”gi Qarori, 2023-yil 12-oktabrdagi PF-169-son “Sanoat va uning bazaviy tarmoqlarini jadal rivojlantirish bo'yicha qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida”gi Farmoni, 2022-yil 7-iyuldagi PQ-309-son “Neft va gaz sohasida ta'lim-ishlab chiqarish klasterini tashkil etish chora-tadbirlari to'g'risida”gi Qarorlari hamda maskur faoliyatga tegishli boshqa normativ huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga bog'liqligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo'nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o'rganilganlik darajasi. So'nggi yillarda sizish va ko'chish jarayonlarining matematik modellarini ishlab chiqish va takomillashtirishga alohida e'tibor qaratildi. Xususan, tabiiy yoriq-g'ovak muhitlarda kuzatiladigan moddaning anomal ko'chishi va anomal sizish jarayonlarini modellashtirish va sonli realizatsiya qilish G.E.Grisak, J.F.Pickens, J.Bear, M.Th.Van Genuchten, D. H.Tang, E.O.Frind and E.A.Sudicky, K.H.Coats, B.D.Smith, D.Reynolds, D.F.Young, A.Suzuki, A.S.Fomin, V.A.Chugunov, T.Hashida, B.Berkowitz, S.K.Matthai, A.Mezentsev, E.Unsal, S.K.Matthaii, M.J.Blunt, Y.W.Tsang, C.F.Tsang, I.Neretnieks, M.Selim, A.D.Benson, M.M.Meerschaert, W.S.Wheatcraft, F.Huang, F.Liu, M.Sahimi, R.Schumer, B.Baeumer, N.R.Horne, H.Zhan, B.F.A.Tompson kabi boshqalar olimlarning ishlari mavzusi hisoblanadi.

Respublikamizda F.B.Abutaliyev, E.B.Abutaliyev, J.F.Fayzullayev, N.M.Muhidinov, R.Sadullayev, I.Alimov, B.X.Xo'jayorov, J.Akilov, N.Ravshanov, I.K. Xujayev, S.Xudayqulov, Z.Malikov, Sh.Qayumov, V.F.Burnashev va boshqa olimlar g'ovak muhitda suyuqlik va gazlar sizishi jarayonlarini o'rganish va ularni bashorat qilishga qaratilgan matematik modellar va hisoblash usullarini yaratish orqali ushbu sohaga katta hissa qo'shdilar.

Yoriq-g'ovak muhitdagi suyuqlik sizishi va modda ko'chishi xususiyatlari, yoriqlar va g'ovak bloklar orasida sezilarli darajada farq qiladi. Shuning uchun, umumiy sizish va modda ko'chishi anomal xususiyatlarni namoyon qilishi mumkin. Boshqacha qilib aytganda, Darsi va Fik qonunlari yoriqlar va g'ovak bloklarda

² O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 24.05.2022 yildagi № PQ-257-son “Aholining ichimlik suv ta'minoti va oqova suv xizmatlari bilan ta'minlanganlik darajasini oshirish bo'yicha qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida”gi qarori

buziladi. Bunday anomal filtratsiya va modda ko‘chishining asosiy mexanizmlari yetarlicha o‘rganilmagan.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya yakunlangan oliy ta’lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti ilmiy-tadqiqot ishlari rejasining №19.12 “Muhandislik va tabiiy jarayonlarning matematik modellarini ishlab chiqish va sonli tahlil qilish” (2000-2018-yy.), FZ-2020092877 “Bir jinsli bo‘lmagan g‘ovak muhitlarda moddalarning anomal ko‘chishi va suyuqliklarning filtratsiyasi jarayonlarining matematik modellarini tuzish va sonli tahlil qilish” (2022-2027-yy.) mavzularidagi loyihalari doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi yoriq-g‘ovak muhitning fraktalligini, adsorbsiya hodisalarini, anomal diffuziyani hisobga olgan holda, yoriq-g‘ovak muhitda moddalarning anomal ko‘chishi va suyuqlik harakatining matematik modellarini takomillashtirish, shuningdek, masalalarni sonli yechish uchun samarali algoritmlarni ishlab chiqishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

yoriq-g‘ovak muhitlarning nazariy modellari va tadqiqot usullariga asoslangan holda anomal modda ko‘chish jarayonlarini tahlil qilish va mavjud modellarni kasr hosilali differensial tenglamalar asosida takomillashtirish;

yoriq-g‘ovak muhit elementida modda ko‘chirish jarayonlarini o‘rganish va yoriqda ham, g‘ovak blokda ham muhit fraktalligini hisobga olgan holda modda ko‘chish masalalarini yechish hamda muhit fraktalligini ko‘chish jarayonlariga ta’sirini baholash;

muvozanat va nomuvozanat adsorbsiya hodisasini hisobga olgan holda anomal modda ko‘chishining asosiy xususiyatlarini (konsentratsiya maydonlari, muhitlar orasidagi modda almashish va boshqalar) aniqlash;

yoriq-g‘ovak muhit elementida aktiv modda ko‘chishi masalalarini yechish va aktiv modda bilan tog‘ jinsi reaksiyasi natijasida g‘ovak blokning g‘ovakligi o‘zgarishini aniqlash;

tog‘ jinsi va aktiv modda reaksiyasi natijasida suyuqlikka ajralib chiqadigan muallaq zarralar konsentratsiyasining modda ko‘chishi jarayoniga ta’sirini baholash.

Tadqiqot obyekti fraktal yoriq-g‘ovak muhit, to‘yingan birjinsli bo‘lmagan suyuqlik.

Tadqiqot predmeti matematik va gidrodinamik modellar, bitta yoriq va unga tutash g‘ovak blokda modda ko‘chishi jarayonlari.

Tadqiqot usullari. Mexanikaning fundamental qonunlari va qo‘shimcha fenomenologik gipotezalar asosida fraktal yoriq-g‘ovak muhitlarda gidrodinamik modellar, yoriq-g‘ovak muhitlarda anomal modda ko‘chishi va sizishi nazariyasining asosiy tenglamalari, matematik va sonli modellashtirish usullar.

Dissertatsiya tadqiqotining ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

muhitning fraktalligini hisobga olgan holda modda ko‘chishi masalalari yechilgan va yoriq-g‘ovak muhitning fraktal tuzilishi va anomal modda ko‘chish xususiyatlarining jarayon dinamikasi, konsentratsiya taqsimoti hamda ko‘chish parametrlariga ta’siri baholangan;

bitta yoriq va unga qo'shni g'ovak blokdan tashkil topgan yoriq-g'ovak muhit elementida muvozanat va nomuvozanat adsorbsiya hodisalarini hisobga olgan holda moddaning anomal ko'chishi modellari kasr hosilali differensial tenglamalar yordamida takomillashtirilgan;

fraktal strukturali yoriq-g'ovak muhit elementida modda ko'chishi masalasi adsorbsiya hodisasini hisobga olgan holda qaralgan hamda adsorbsiya hodisasi modda konsentratsiyasining taqsimlanish jarayonining umumiy sekinlashishiga, ya'ni retardatsion effektlarga olib kelishi aniqlangan;

yoriq-g'ovak muhit elementida aktiv moddalarning ko'chirishda moddaning tog' jinsi bilan kimyoviy reaksiyasi ta'sirida g'ovak blokning g'ovakligi o'zgarishi, bu esa ko'chish jarayonlarini jadallashtirishi aniqlangan;

yoriq-g'ovak muhitda aktiv modda ko'chishi jarayonida tog' jinsining erimaydigan zarralari ajralib chiqishi natijasida g'ovak va yoriqlarning kolmatatsiyaga uchrashi filtratsion xossalar hamda modda almashinuvi intensivligini pasaytirib, aktiv moddaning muhit bo'ylab tarqalishini cheklashi va natijada tog' jinsining erish samaradorligini sezilarli darajada kamaytirishi baholangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

fraktal strukturali yoriq-g'ovak muhit elementida konvektiv diffuziya yondashuvi asosida moddaning anomal ko'chishi masalalarini hisoblash algoritmi ishlab chiqilgan;

adsorbsiya hodisalarini hisobga olgan holda yoriq-g'ovak muhit elementida aktiv va passiv moddalarning anomal ko'chishining matematik modellari takomillashtirilgan;

muhitning fraktal tuzilishini hisobga olgan holda moddaning anomal ko'chishi masalasini hisoblash uchun dasturiy vositalar ishlab chiqilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi. Yoriq-g'ovak muhitda anomal modda ko'chishi tenglamalarini shakllantirishda tadqiqot natijalarining ishonchliligi, takomillashgan modellarini qurishda fundamental saqlanish qonunlari va fenomenologik munosabatlardan foydalanilganligi, ularning ishonchliligi tutash muhitlar mexanikasining asosiy tamoyillari - massa saqlanish qonunlari, anomal Fik qonuniga asoslanadi. Har bir gipotezada fenomenologik yondashuv qo'llanilgan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati fraktal tuzilishga ega bo'lgan yoriq-g'ovak muhitda moddaning anomal ko'chishining matematik modellarini takomillashtirishdan iborat. Takomillashtirilgan matematik modellar va hisoblash algoritmlari yoriq-g'ovak muhitda modda ko'chishi va suyuqlik sizishi nazariyasiga qo'shilgan aniq hissa ekanligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati olingan natijalardan neft va gaz qazib olish jarayonlarini ikkilamchi va uchlamchi usullar bilan tahlil qilishda, oqova va ichimlik suvlarini tozalash jarayonlarini sifat va miqdoriy tahlil qilishda, gidrologiyada, shuningdek, yoriq-g'ovak muhit elementida ko'chish hodisalarini o'rganishga uslubiy yondashuvni ishlab chiqishda foydalanish mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Modda ko‘chish jarayonlarining matematik modellari, sonli usullari va yoriq-g‘ovak muhit elementidagi anomaliklarni hisobga oluvchi algoritmlar asosida:

- № FZ-202009211 “Aralash turdagi tenglamalar uchun xarakteristika va buzilish chizig‘ida Frankl va Bitsadze-Samarskiy shartlari berilgan masalalar korrektiligini noklassik singulyar integral tenglamalarga olib kelib o‘rganish” fundamental granti doirasida chegaraviy va xarakteristik chiziqlarda noodatiy shartli masalalarni yechish uchun kasr tartibli xususiy hosilali tenglamalarni sonli yechish algoritmlari joriy qilingan (Termiz davlat universiteti, 2024-yil 17-oktabrdagi ma‘lumotnoma). Natijada aralash tipdagi tenglamalarning singulyar nuqtalari va sinish chiziqlaridagi kompleks shartlarni o‘rganishda singulyar integral tenglamalar va kasr tartibli differensial tenglamalar yechimlarini samarali tavsiflash, shuningdek, sinish chizig‘ida aralash tipdagi tenglamalarning xarakteristiklari va Frankl hamda Bitsadze-Samarskiy shartlariga ega bo‘lgan masalalarning korrektiligini samarali o‘rganish, ularni noklassik singulyar integral tenglamalarga keltirish va ish, mehnat sarfini 7%ga tejash imkonini bergan;

- yoriq-g‘ovak muhitda moddaning anomal ko‘chish jarayonini tavsiflovchi kasr differensial tenglamalar uchun masalaning sonli yechimiga hisoblash algoritmi va dasturiy mahsulot kasr differensial tenglamalar masalasini yechish uchun No.GP-150/2023 grant bo‘yicha tadqiqotlarda qo‘llanildi (Qirol Abdul Aziz universiteti, Saudiya Arabistoni, 2025-yil 27-martdagi ma‘lumotnoma). Sonli algoritm va dasturiy ta‘minotdan foydalanish yer osti qatlamlarida radioaktiv moddalarning tarqalishini masofasini bashorat qilish va ko‘chgan modda miqdorini baholash hamda hisoblash vaqtini 1,7 marta qisqartirish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatyasi. Mazkur tadqiqot natijalari 11 ta, jumladan, 6 ta xalqaro va 5 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e‘lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 17 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 5 ta maqola, jumladan, 2 tasi xorijiy va 3 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan hamda EHM uchun yaratilgan dasturiy mahsulotga guvohnoma olingan (№ DGU 35052).

Dissertatsiya ishining hajmi va tuzilishi. Dissertatsiya tarkibi kirish, uchta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 119 betni tashkil etadi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari shakllantirilgan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, dissertatsiya mavzusi bo‘yicha xorijiy ilmiy tadqiqotlar sharhi va muammoning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan. Dissertatsiyaning qisqacha asosiy mazmuni berilgan.

Dissertatsiyaning “**Yoriq-g‘ovak muhitlarda modda ko‘chishi**” deb nomlangan birinchi bobida suyuqliklar filtratsiyasi jarayonining o‘ziga xos xususiyatlari, yoriq-g‘ovak muhitda modda ko‘chishi va ularni modellashtirish masalalari tahlili keltirilgan. Yoriq-g‘ovak muhitning gidrodinamik modellari va ularning yechimlari tahlil qilingan. Fraktal strukturali yoriq-g‘ovak muhitda moddaning anomal ko‘chishining matematik modellari va qo‘yilgan masalalarni yechishning sonli usullari tahlil qilingan.

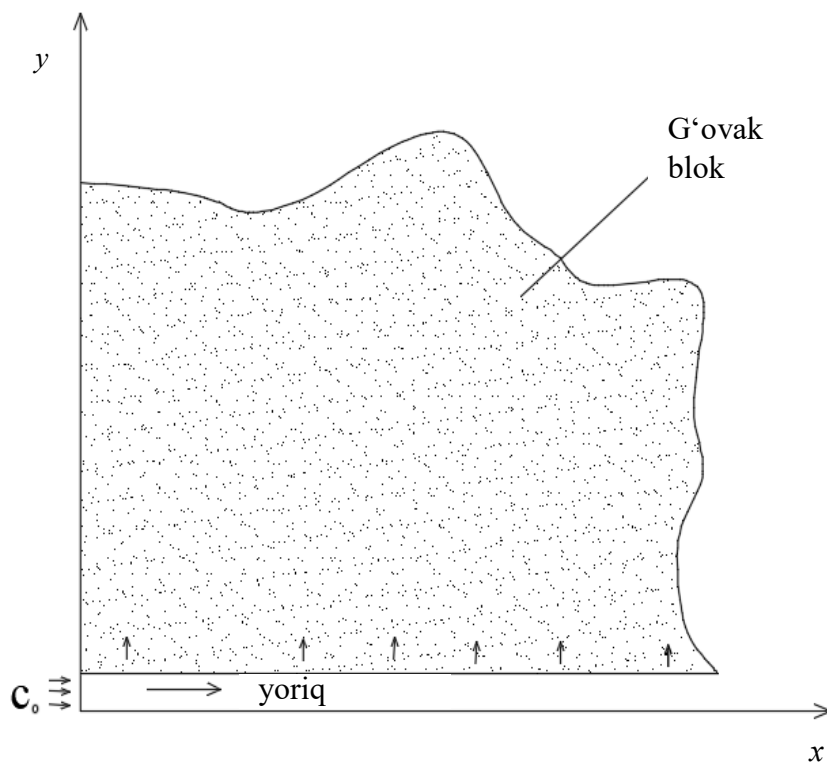
1-paragrafda yoriq-g‘ovak muhitda suyuqlik filtratsiyasi va modda ko‘chishi xususiyatlarining tahlili keltirilgan.

2-paragrafda yoriq-g‘ovak muhitda modda ko‘chishining gidrodinamik modellari tahlil qilingan.

3-paragrafda moddaning anomal ko‘chishi modellari tahlil qilingan.

4-paragrafda kasr hosilali modellar asosida moddaning ko‘chishi masalalarini yechishning sonli usullari keltirilgan.

Dissertatsiyaning “**Yoriq-g‘ovak muhit elementida moddaning anomal ko‘chishi masalalari**” deb nomlangan ikkinchi bobida bitta yoriq va unga tutashgan g‘ovak blok (matritsa)dan iborat fraktal strukturali yoriq-g‘ovak muhit elementida modda ko‘chishi masalasi qo‘yilgan va sonli yechilgan. Muvozanat va nomuvozanat adsorbsiya hodisalarini hisobga olgan va olmagan holda moddaning anomal ko‘chishi jarayoni o‘rganildi.



1-rasm. Yoriq-g‘ovak muhit elementi

2.1-paragrafda bitta yoriq va unga tutashgan g‘ovak blokdan (matritsa) iborat yoriq-g‘ovak muhit elementi ko‘rib chiqiladi (1-rasm). Yoriq yarim cheksiz bir o‘lchovli obyektidir, shuning uchun uning kesimi bo‘ylab modda va suyuqlik oqimining taqsimlanishi bir xil deb hisoblanadi. G‘ovak blok koordinata tekisligining birinchi choragini egallaydi. Suyuqlik yoriqda berilgan doimiy v tezlik

bilan oqadi. Yoriqning $x=0$ oxiridan modda konsentratsiyasi c_0 bo'lgan suyuqlik yetkazib beriladi. Dastlab, yoriq va g'ovak blok toza (moddasiz) suyuqlik bilan to'ldirilgan deb faraz qilinadi. Yoriqda moddaning konvektiv-diffuzion ko'chishi sodir bo'ladi, g'ovak blokda esa faqat diffuzion ko'chish sodir bo'ladi. G'ovak blokda ko'chish jarayoni anomal hisoblanadi, yoriqda esa jarayon hech qanday anomal hodisalarsiz sodir bo'ladi.

Yoriq-g'ovak muhit elementida modda ko'chishi va suyuqlik oqishi tenglamalari quyidagicha olinadi:

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^2 c_f}{\partial x^2} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Bigg|_{y=0}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (2)$$

bu yerda $c_f = c_f(t, x)$ – yoriqdagi modda konsentratsiyasi, m^3/m^3 ; $c_m = c_m(t, x, y)$ – matritsadagi modda konsentratsiya, m^3/m^3 ; v – suyuqlikning harakat tezligi, m/s ;

D_m – matritsadagi anomal diffuziya koeffitsienti, $m^{1+\delta}/s^\gamma$; m_0 – matritsa g'ovaklik koeffitsiyenti, t – vaqt, s ; x – koordinata.

Yoriq bir o'lchovli obyekt sifatida modellashtirilganligi sababli, uning kesimi bo'yicha konsentratsiya taqsimoti hisobga olinmaydi.

$t > 0$ momentda $x=0$ uchidan boshlab muhitga doimiy c_0 konsentratsiyali modda suyuqligi berilsin. U holda boshlang'ich va chegaraviy shartlari

$$c_f(0, x) = 0, \quad c_m(0, x, y) = 0, \quad (3) \quad c_f(t, 0) = c_0, \quad c_f(t, \infty) = 0, \quad (4)$$

$$c_m(t, x, 0) = c_f(t, x), \quad c_m(t, x, \infty) = 0. \quad (5)$$

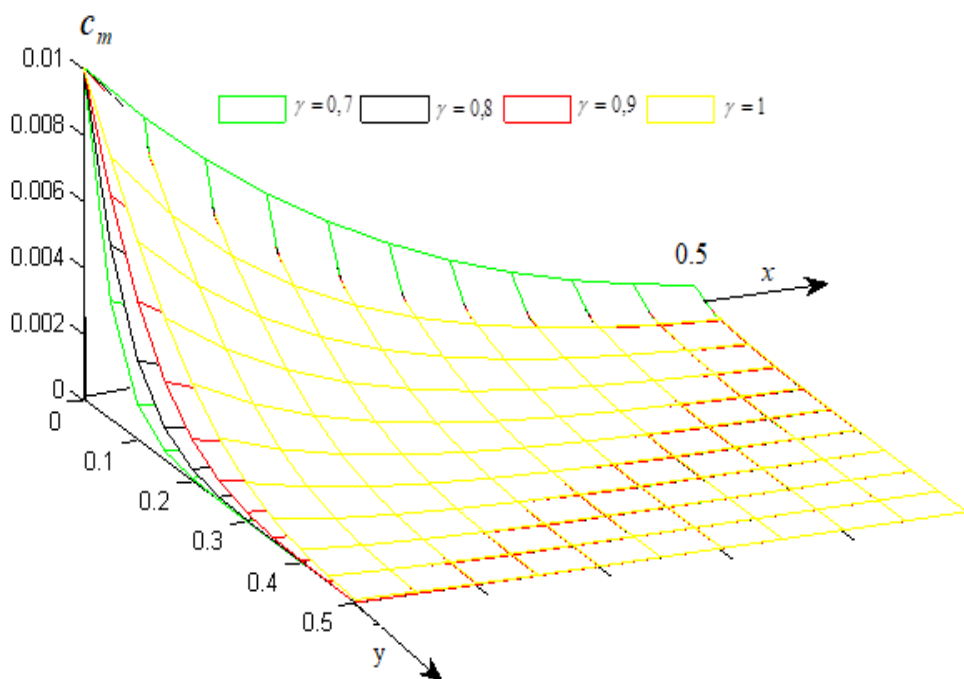
ko'rinishga ega bo'ladi.

(1), (2) tenglamalar (3) - (5) boshlang'ich va chegaraviy shartlar bilan chekli ayirmalar usuli bilan yechiladi. c_m, c_f konsentratsiya maydonlari aniqlanadi va ikkita konsentratsiya nuqtasi c_m uchun y yo'nalishdagi o'zgarish profillari ko'rsatiladi.

2-rasmda anomal holat uchun c_m konsentratsiya sirlari ko'rsatilgan, bu yerda γ qiymatlari birlikdan kamayadi. γ ni 1 dan kamaytirish g'ovak blokda konsentratsiya profillarining tarqalishini sekinlashtiradi. Natijada, yoriqda moddaning tarqalishi jarayoni tezlashadi.

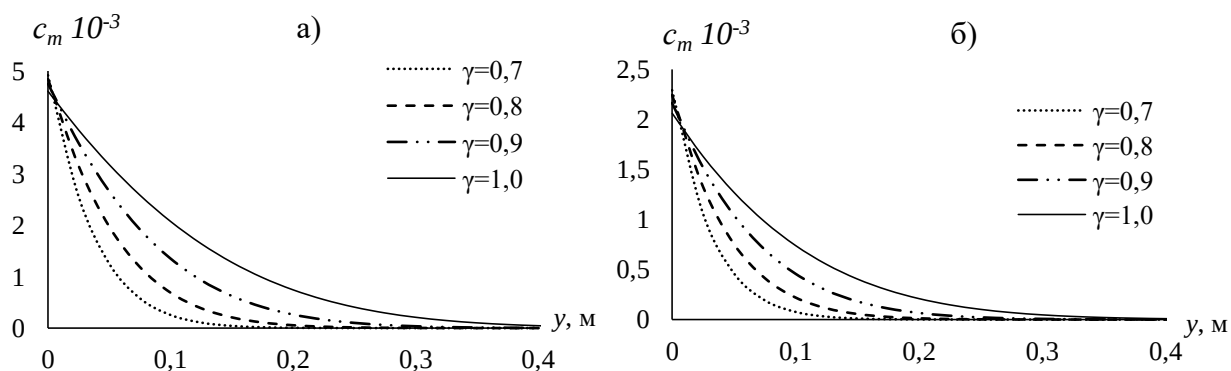
1-jadval. Rejim o'zgarishi sodir bo'ladigan y ning qiymatlari

x, m	$\gamma = 1$ dan $\gamma = 0,9$ ga	$\gamma = 1$ dan $\gamma = 0,8$ ga	$\gamma = 1$ dan $\gamma = 0,7$ ga
0,1	0,00395300	0,0027371	0,00196010
0,3	0,00937385	0,0068135	0,00511980
0,5	0,01280000	0,0097042	0,00759160
0,7	0,01520000	0,0119000	0,00964800

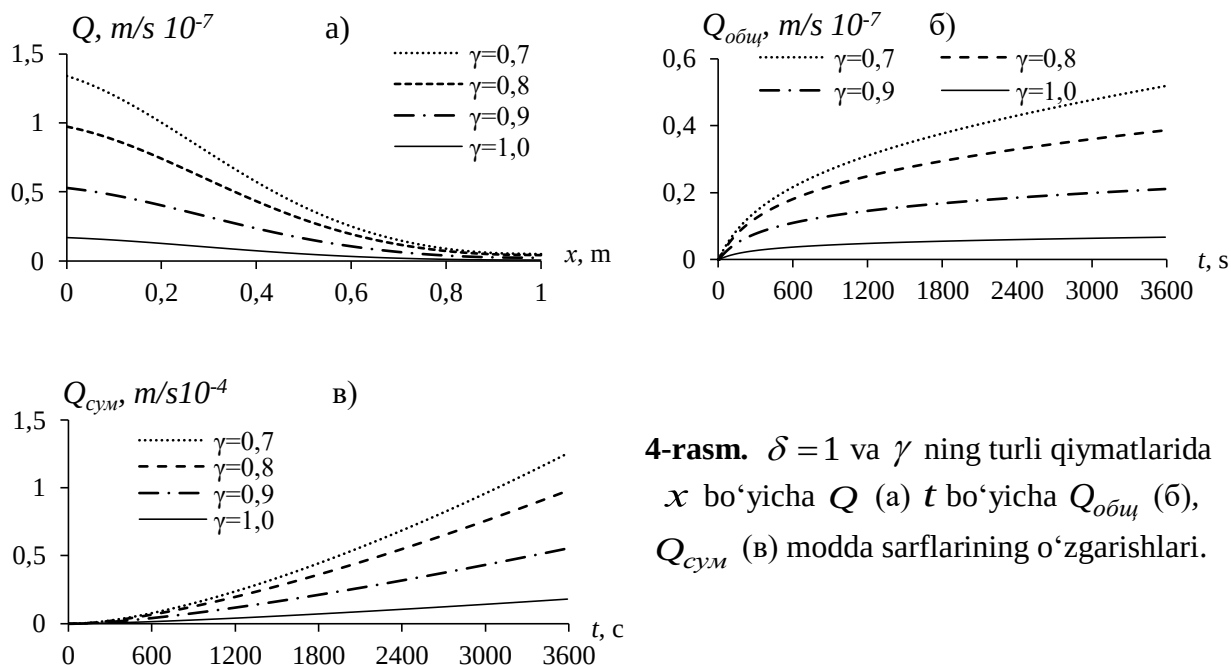


2-rasm. $\delta=1$, $t = 3600$ s va γ ning turli qiymatlarida c_m konsentratsiya sirlari.

c_m ning koordinatalarga bog‘liqligini yaxshiroq ko‘rsatish uchun, 3-rasmda ikkita $x = 0,3$ m, $x = 0,5$ m, nuqta uchun uning y yo‘nalishi bo‘yicha o‘zgarishi ko‘rsatilgan. Rasmdan ko‘rinib turibdiki, γ 1 dan kamayganda, konsentratsiya profillari odatda kichikroq qiymatlarni oladi. Biroq, yoriq yaqinida, γ 1 dan kamayganda, profillar katta qiymatlarni oladi. Natijada, γ kamayganda, konsentratsiya profillari c_m yoriqdan y ga oshish yo‘nalishi bo‘yicha yuqori konsentratsiyalardan pastroq konsentratsiyalarga almashadi. Bu almashishni aniqroq ko‘rsatish uchun 1-jadval tuzildi, unda γ 1 dan ma‘lum miqdorda kamayganda, x ning turli kesimlarida y ning qiymatlari berilgan.



3-rasm. $\delta=1$, $t = 3600$ s, $x = 0,3$ m (a), $x = 0,5$ m (b) da c_m konsentratsiya profillari.



4-rasm. $\delta = 1$ va γ ning turli qiymatlarida x bo'yicha Q (a) t bo'yicha $Q_{o\delta u}$ (б), Q_{cym} (B) modda sarflarining o'zgarishlari.

Shuni ta'kidlash kerakki, avvalgi holatdan farqli o'laroq, rejim o'zgarishi nisbatan katta y da sodir bo'ladi.

4-rasmda muhitning umumiy chegarasi orqali modda sarfi o'zgarishlari ko'rsatilgan.

Q joriy, $Q_{o\delta u}$ umumiy va Q_{cym} jamlanma nisbiy modda sarflari $y = 0$ chegara bo'ylab quyidagicha aniqlanadi

$$Q = -mD_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad Q_{o\delta u} = \int_0^\infty Q dx, \quad Q_{cym} = \int_0^t Q_{o\delta u} dt = \int_0^t \int_0^\infty Q dx dt. \quad (6)$$

4-rasmdan ko'rinib turibdiki, γ 1 dan kamaygan sari, $y = 0$ orqali oqib o'tuvchi modda massasi o'tishi ortadi. Bu g'ovak blokda "sekin" diffuziya tufayli $y = 0$ umumiy chegara bo'ylab nisbatan $\partial^\delta c_m / \partial y^\delta$ katta konsentratsiya gradiyentlari hosil bo'lishi bilan izohlanadi. O'z navbatida, chegara bo'ylab umumiy va jamlanma modda sarfi ham ortadi (6.b, c-rasm).

2.2-paragrafda, §2.1 da ko'rib chiqilgan masala yanada umumiy holda umumlashtiriladi, bu yerda ko'chishning anomalligi yoriqda ham, g'ovakli blokda ham hisobga olinadi.

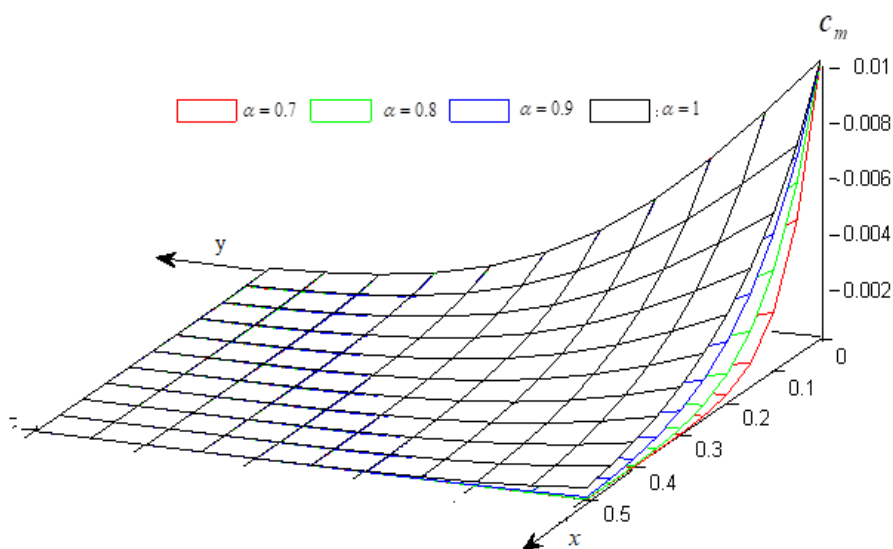
Yoriqdagi (1) tenglama quyidagicha o'zgartiriladi

$$\frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + \bar{v} \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad 0 < \delta \leq 1, \quad (7)$$

va g'ovak blokda (2) tenglama 2.1-paragrafdagi kabi qo'llaniladi.

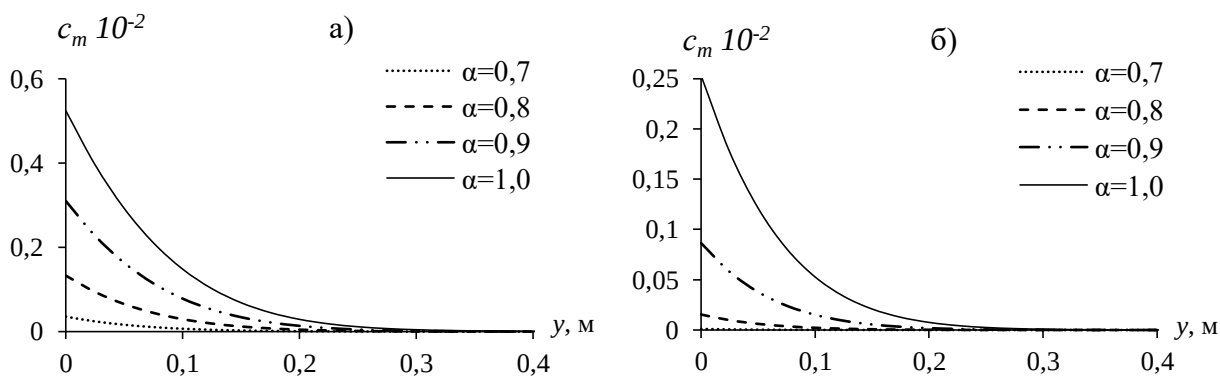
(7) dagi $\bar{v}$ – suyuqlikning harakat tezligi, β , δ – koordinata bo'yicha hosila tartiblari ($0 < \alpha, \gamma, \delta \leq 1$, $1 < \beta \leq 2$).

(3)-(5) shartlarda (7), (2) masalalar chekli ayirmalar usuli bilan yechiladi.



5-rasm. $t = 3600$ s, $\beta = 2$, $\gamma = 0,9$, $\delta = 1$ va α ning turli qiymatlarida c_m konsentratsiya sirtlari.

$\gamma = 0,9$ va α ning turli qiymatlari uchun hisoblash natijalari 5-rasmda ko‘rsatilgan. Oldingi paragrafda γ ni 1 dan kamaytirish g‘ovak blokda “sekin” diffuziyaga olib kelishi ko‘rsatilgan edi. Bu yerda bu effekt α qiymati 1 dan kamayganda yoriqdagi “sekin” diffuziya bilan birgalikda ko‘rib chiqiladi. Bir tomondan, g‘ovak blokda “sekin” diffuziya yoriqdagi konsentratsiya qiymatlarining haddan tashqari baholanishiga olib kelishi kerak ($y = 0$ dagi c_m sirt chiziqlari). Boshqa tomondan, yoriqdagi “sekin” diffuziya odatda yoriqda moddaning sekinroq tarqalishiga olib keladi. Shunday qilib, bu yerda bizda ikkita qarama-qarshi effekt mavjud. Tabiiyki, ulardan birining ustun ta’siri ko‘chish xususiyatini belgilaydi. Ushbu baholash 6-rasmdagi grafiklar yordamida qulay tarzda taqdim etilgan.



6-rasm. $t = 3600$ s, $\beta = 2$, $\gamma = 0,9$, $\delta = 1$, $x = 0,3$ m (a), $x = 0,5$ m (b). da c_m konsentratsiya profillari.

2.3-paragrafda muvozanat adsorbsiyasini hisobga olgan holda yoriq-g‘ovak muhitda moddaning anomal ko‘chishi masalasi ko‘rib chiqiladi.

Adsorbsiya Genri izotermasiga muvofiq hisobga olinadi, ya’ni

$$s_f = k_f c_f, \quad s_m = k_m c_m, \quad k_f, k_m = \text{const}, \quad (8)$$

bu yerda s_f va s_m mos ravishda yoriq va g'ovak blokdagi muhitning birlik massasiga to'g'ri keladigan adsorblangan modda hajmi, k_m , k_f - matritsadagi va yoriqdagi adsorbsiya koeffitsiyentlari bo'lib, ular moddaning va Tog' jinsi yuzasining fizik xossaligidir.

Modda ko'chish tenglamalarini quyidagi shaklda qabul qilamiz

$$\left(\frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + \rho \frac{\partial^\alpha s_f}{\partial t^\alpha} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} \right) = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} + \rho \frac{\partial^\gamma s_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (10)$$

bu yerda ρ – muhit zichligi, qolgan belgilashlar bir xil bo'lib qoladi.

(8) ni hisobga olgan holda, (9) va (10) tenglamalar quyidagicha yoziladi

$$\left(R_f \frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} \right) = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (11)$$

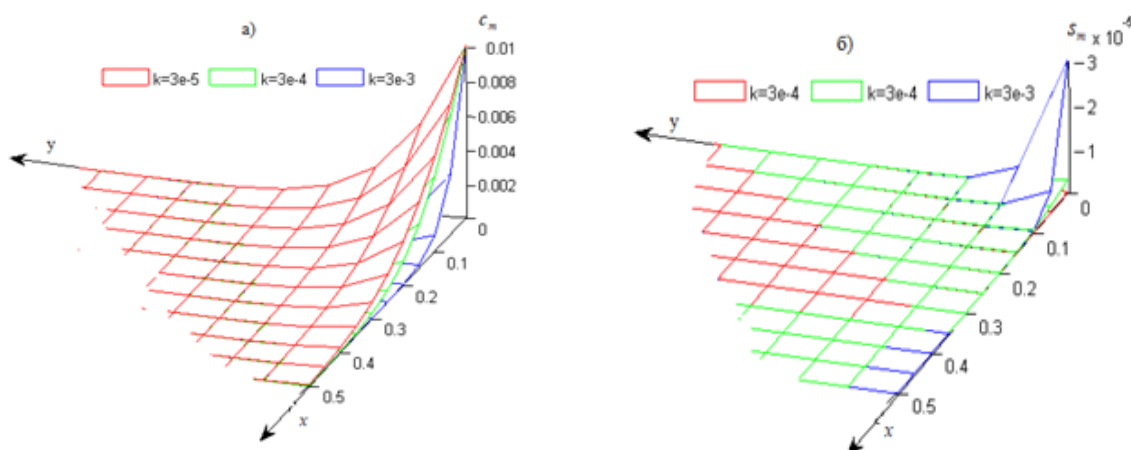
$$R_m \frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (12)$$

bu yerda $R_f = 1 + \rho k_f$, $R_m = 1 + \rho k_m$ – retardatsiya koeffitsiyentlari.

Suyuqlik oqimi va modda ko'chishi shartlari §2.1 va §2.2 da bo'lgani kabi qabul qilingan. Natijada, boshlang'ich va chegara shartlari o'zgarishsiz qoladi.

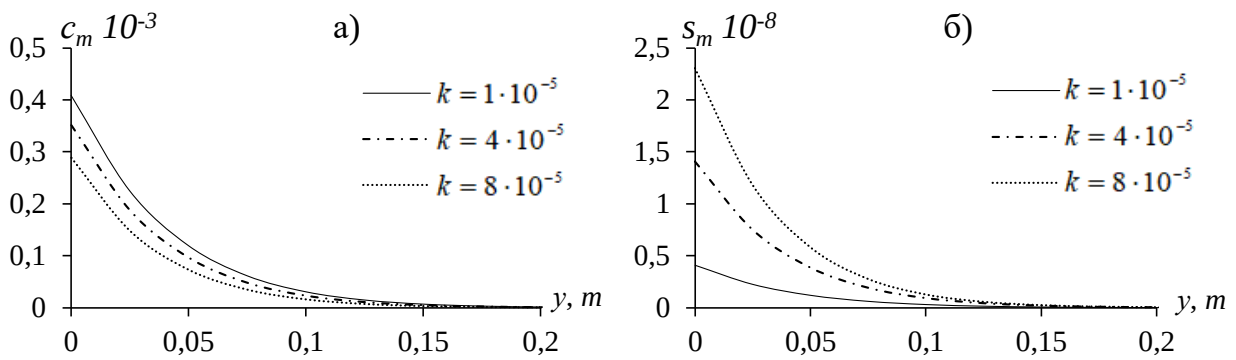
(3) - (5) shartlarda (11), (12) masalalar chekli ayirma usuli bilan yechiladi.

7-rasmda (11), (12) tenglamalarda vaqt bo'yicha hosila tartiblar kamaytirilganda holda c_m va s_m sirtlar ko'rsatilgan. Adsorbsiya koeffitsiyenti $k_m = k_f = k$ ning uchta qiymati ko'rib chiqiladi. 8-rasmda turli sirlarga mos keluvchi sirtlarning vertikal kesimlari ko'rsatilgan. Grafiklar shuni ko'rsatadiki, k ning ortishi bilan c_m ning qiymatlari kamayadi, s_m ning qiymatlari esa ortadi. Bu natija bir qarashda yaqqol ko'rinadi, lekin bu yerda c_m va s_m ning x o'qi bo'ylab turli kesimlarda o'zgarish xarakterini farqlash mumkin. Oldingi natijalardan ma'lumki, α va γ ning kamayishi yoriq va matritsadagi “sekin” diffuziyani xarakterlaydi.



7-rasm. $t = 3600$ s, $\alpha = 0,8$, $\beta = 2$, $\gamma = 0,8$, $\delta = 1$ va k ning turli qiymatlarida

c_m (a) va s_m (b) sirtlari



8-rasm. $t = 3600$ s, $\alpha = 0,8$, $\beta = 2$, $\gamma = 0,8$, $\delta = 1$, $x = 0,3$ m (a, b),
 $x = 0,5$ m (b, r) da c_m va s_m profillari.

2.4-paragrafda nomuvozanat adsorbsiyani hisobga olgan holda yoriq-g'ovak muhitda moddaning anomal ko'chishi masalasi ko'rib chiqiladi.

Quyidagi nomuvozanat adsorbsiya kinetikasi qo'llaniladi:

$$\frac{\partial^\alpha s_f}{\partial t^\alpha} = \alpha_f (k_f c_f - s_f), \quad (13)$$

$$\frac{\partial^\gamma s_m}{\partial t^\gamma} = \alpha_m (k_m c_m - s_m), \quad (14)$$

bu yerda α_f , α_m – mos ravishda yoriq va matritsadagi adsorbsiya jarayonlarining intensivligini tavsiflovchi adsorbsiya tezligi koeffitsiyentlari, ($s^{-\alpha}$).

2.1, 2.2 va 2.3-paragraflardagi boshlang'ich chegaraviy shartlaridan tashqari, quyidagi boshlang'ich shartlar qo'shiladi:

$$s_f(0, x) = 0, \quad s_m(0, x, y) = 0. \quad (15)$$

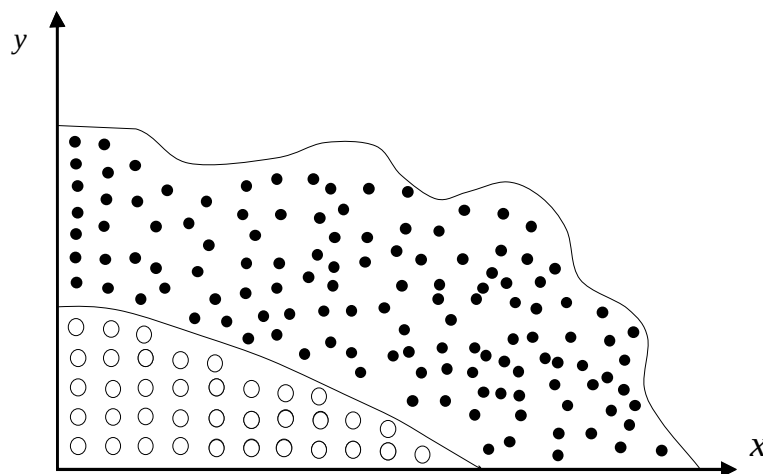
(3)-(5) va (15) shartlarda (9), (10) tenglamalarning sonli yechilgan.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi “Yoriq-g'ovak muhit elementida aktiv moddaning anomal ko'chishi”da bitta yoriq va unga tutash matritsaga kislota ta'siri o'rganiladi.

3.1-paragrafda bitta yoriq va uni o'rab turgan g'ovakli blok (matritsa)dan iborat yoriq g'ovak muhit elementida aktiv (konservativ bo'lmagan) moddaning suyuqlik bilan birga anomal ko'chishi masalasi ko'rib chiqiladi.

G'ovak blokda moddaning ko'chishi anomal Fik qonuni $J = mD_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right)$

, $0 < \gamma \leq 1, 0 < \delta \leq 1$ ga muvofiq sodir bo'ladi, bu yerda J – g'ovak blokda modda oqimi, m –g'ovaklik, D_m – diffuziya koeffitsiyenti, c_m – g'ovak blokda modda konsentratsiyasi. y – yoriqqa ko'ndalang yo'nalish (9-rasm)



9-rasm. Yoriq-g'ovak muhit elementida aktiv moddaning ko'chishi sxemasi. $\boxed{\circ\circ\circ}$ – reaksiya natijasida o'zgargan matritsa zonasi, $\boxed{\bullet\bullet\bullet}$ – matritsaning o'zgarmagan zonasi.

Yuqoridagilarni va anomal hodisalarni hisobga olgan holda, yoriqdagi moddaning ko'chish tenglamasini quyidagicha olamiz:

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^2 c_f}{\partial x^2} + m D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (16)$$

bu yerda c_m – g'ovak blokda modda konsentratsiyasi, M^3/M^3 ; c_f – yoriqdagi modda konsentratsiyasi, M^3/M^3 ; D_f – yoriqdagi diffuziya koeffitsiyenti, $M^{1+\beta}/c$; v – suyuqlik tezligi, M/c ; D_m – matritsada anomal diffuziya koeffitsiyenti, $M^{1+\delta}/c^\gamma$; m – g'ovak blokning joriy g'ovakligi, t – vaqt, c ; x – koordinata; γ – vaqt bo'yicha hosila tartibi, β, δ – koordinata bo'yicha hosilalar tartiblari ($0 < \gamma, \delta \leq 1$, $1 < \beta \leq 2$).

G'ovakli blokda ko'chish tenglamasi quyidagicha

$$\frac{\partial^\gamma (m c_m)}{\partial t^\gamma} = -a_v E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m + D_m \frac{\partial}{\partial y} \left(m \frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right), \quad (17)$$

bu yerda ρ_k – kislota aralashmasining zichligi, $J_k = \mu_k a_v R_A$ – hajm birligiga vaqt birligida sarflangan kislota massasi, $R_A = E_f \frac{c_m \rho_k}{\mu_k}$ – kimyoviy reaksiya tezligi,

$E_f = E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right)$, ΔE – aktivlashtirish energiyasi, R – gaz doimiysi, T – temperatura, a_v – solishtirma reaksiya yuzasi, μ_k – kislotaning molekulyar massasi.

Matritsa jinsining erishi natijasida g'ovaklikning o'zgarish tenglamasi quyidagicha tavsiflanadi

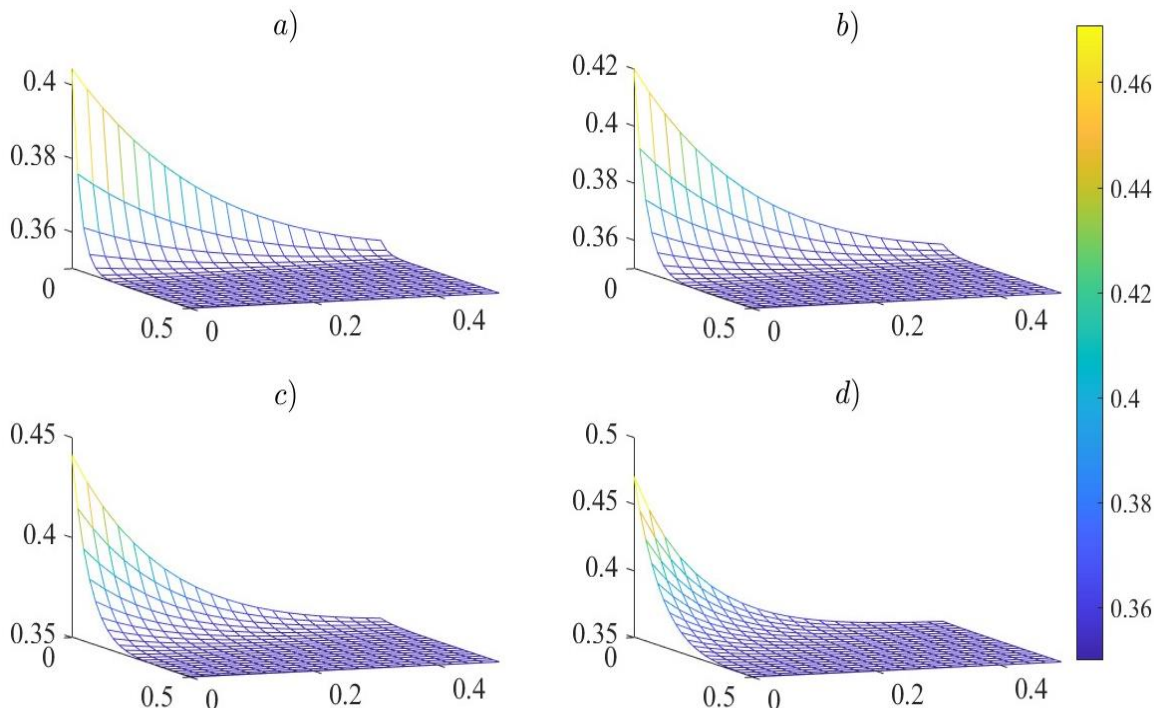
$$\frac{\partial^\gamma m}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_M}{\rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m. \quad (18)$$

Yarim cheksiz muhit uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlari quyidagicha:

$$\begin{aligned} t = 0: c_m = c_f = 0, m = m_0, c_f(t, 0) = c_0 = const, \\ c_f(t, \infty) = 0, c_m(t, x, 0) = c_f(t, x), c_m(t, x, \infty) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

$\beta_M, \rho_M, \rho_k, a_v, E_f^0, -\Delta E, R, T$ parametrlar berilgan bo'ladi. (16)-(19) masala sonli yechiladi va c_f, c_m, m maydonlar aniqlanadi.

Kislotaning tog' jinsi bilan reaksiyasi natijasida matritsa g'ovakligi o'zgaradi (10-rasm). γ ning qiymati kamayganda, matritsa g'ovakligining oshishi sekinlashadi.



10-rasm. $t = 3600$ c, $\beta = 2$, $\delta = 1$ va turli γ ($\gamma = 0,7$ (a), $\gamma = 0,8$ (b), $\gamma = 0,9$ (c), $\gamma = 1,0$ (d)) m g'ovaklik sirtlari.

3.2-paragrafda g'ovak blokni kislota bilan eritilganda kislota erimaydigan qattiq zarrachalar hosil bo'ladi deb hisoblanadi.

Bunday zarrachalarning massa balansi quyidagi tenglama bilan tavsiflanadi:

$$\frac{\partial^\gamma c_s}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_s \mu_k a_v R_A}{m \rho_s} - \frac{\beta_M}{m \rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m c_s, \quad (20)$$

bu yerda c_s – erimaydigan zarrachalar konsentratsiyasi.

(16) - (20) masala (21) qo'shimcha shart bilan sonli yechiladi.

$$c_s(0, x, y) = 0 \quad (21)$$

3.3-paragrafda kislota ta'sirida tog' jinslaridan qattiq zarrachalarning ajralib chiqishi qaralgan. Bu zarrachalarning ba'zilar suyuqlikdan cho'kindiga o'tishi mumkin, bu esa g'ovak hajmining bir qismini egallaydi. Bu cho'kindi, g'ovaklarni tiqib qo'yish orqali, ham kislota eritmasining, ham ajralib chiqqan qattiq zarrachalarning tashilishini o'zgartiradi.

Bunday zarrachalarning massa balansi to'xtatilgan zarrachalar massasi va cho'kindi hajmini hisobga olgan holda

$$\frac{\partial^\gamma c_s}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_s a_v}{\rho_s m} E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m - \frac{\beta_M}{m \rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m c_s - \frac{\lambda c_s}{m} \quad (22)$$

tenglama bilan tavsiflanadi.

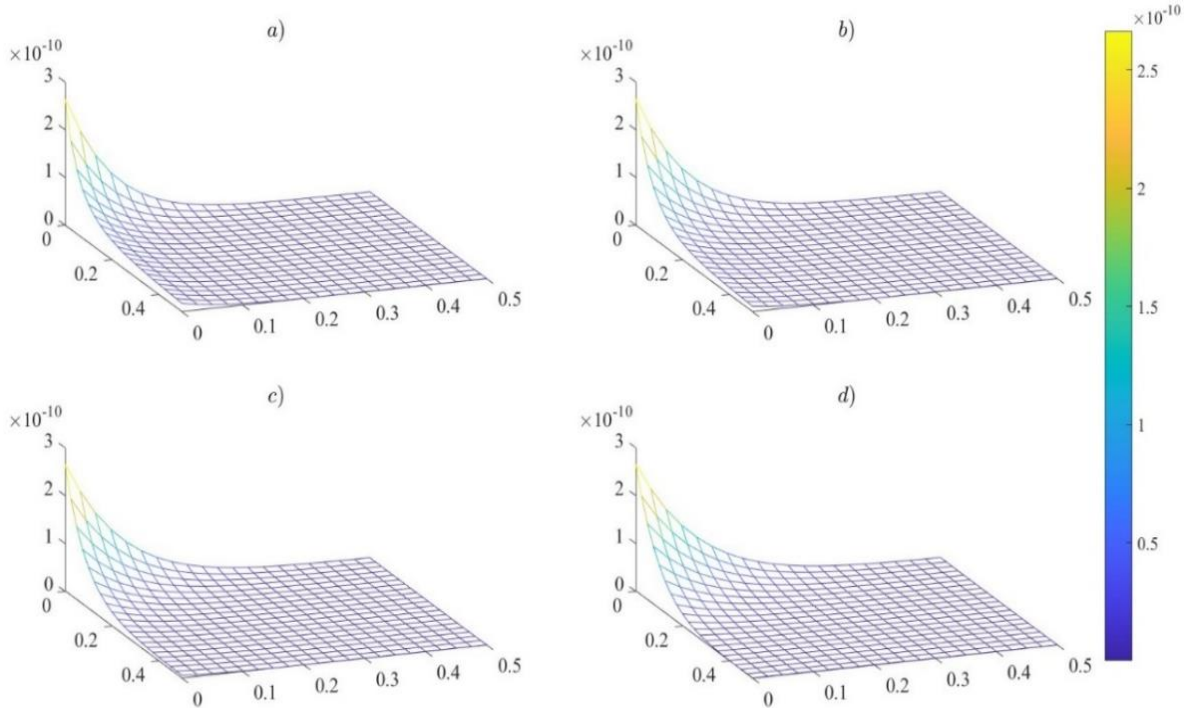
Cho'kindi hosil bo'lishining quyidagi kinetika tenglamasidan foydalaniladi

$$\frac{\partial^\gamma \sigma}{\partial t^\gamma} = \lambda c_s, \quad (23)$$

bu yerda $\lambda(c^{-\gamma})$ – cho‘kindi hosil bo‘lish intensivligini tavsiflovchi koeffitsiyent, σ – birlik hajmdagi cho‘kindi hajmi, ya’ni cho‘kindining hajmiy konsentratsiyasi. Eng soddalashtirilgan holatda, $\lambda = \text{const}$ deb faraz qilinadi.

(19), (21) shartlariga quyidagi (24) shart qo‘shiladi.

$$\sigma(0, x, y) = 0 \quad (24)$$



11-rasm. $t = 3600$ c, $\beta = 2$, $\gamma = 1$ va turli δ ($\delta = 0,7$ (a), $\delta = 0,8$ (b), $\delta = 0,9$ (c), $\delta = 1,0$ (d)) σ cho‘kindi konsentratsiyasi sirtlari.

(22), (23) bilan (16)-(18) lar (19), (21), (24) shartlarda sonli yechiladi.

11-rasmdan ko‘rinib turibdiki, δ parametrini 1 dan kamaytirish g‘ovak blok ichidagi cho‘kma zarrachalar konsentratsiyasining sezilarli darajada oshishiga olib keladi. Bu holat kasr hosilali diffuziya modeliga xos bo‘lgan tez (anomal) diffuziya jarayoni bilan izohlanadi; ya’ni zarrachalarning muhit orqali tarqalishi intensivligi oshadi va bu ularning g‘ovak hajmida ko‘proq to‘planishi uchun sharoit yaratadi.

XULOSA

1. Ilmiy adabiyotlarda yoriq-g‘ovak muhitlarda modda ko‘chishi jarayoniga bag‘ishlangan masalalar o‘rganilgan. Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatdiki, ko‘pchilik ishlarda modda ko‘chishi jarayoni klassik konveksiya-diffuziya yondashuvi asosida qaralgan, ammo, yoriq-g‘ovak muhitning fraktal xususiyatlari hisobga olingan holda yetarli darajada o‘rganilmagan.

2. Yoriq-g‘ovak muhitning fraktal xususiyatlarini hisobga olgan holda yoriq va g‘ovak bloklar uchun alohida differensial tenglamalar shakllantirilgan. Ushbu differensial tenglamalar muhitning murakkab geometrik tuzilishini va unda sodir bo‘ladigan anomal modda ko‘chishi jarayonlarini adekvat tavsiflash maqsadida kasr tartibli hosilalar yordamida takomillashtirilgan. Qo‘yilgan masalalar chekli

ayirmalar usuli yordamida sonli tahlil qilingan. Natijalarga ko'ra, matritsadagi vaqt bo'yicha hosilaning kasr tartibini 1 dan kamaytirganda g'ovak blokda sekin diffuziyalanish sodir bo'ladi va buning tasirida yoriqda tez diffuziyalanish sodir bo'lishi aniqlangan.

3. Yoriq va g'ovak muhitlarda modda ko'chishi jarayonini yanada to'liq tavsiflash maqsadida model muvozanat va nomuvozanat adsorbsiya jarayonlarini hisobga olgan holda takomillashtirilgan. Muvozanat adsorbsiyani tavsiflash uchun Genri izotermasi qo'llanilgan, bu esa past konsentratsiyalar sohasida adsorbsiya jarayonining chiziqli xususiyatlarini adekvat ifodalash imkonini bergan. Nomuvozanat adsorbsiya modeli esa adsorbsiya jarayonlarining kinetik cheklanishlarini hisobga olish orqali yoriq-g'ovak muhitlarda kuzatiladigan vaqt bo'yicha kechikish effektlarini tavsiflashga xizmat qilgan. Olib borilgan sonli tadqiqotlar natijasida muhitning fraktal xususiyatlari adsorbsiya jarayonining intensivligiga sezilarli ta'sir ko'rsatishi aniqlanib, fraktallik darajasi ortishi bilan adsorbsiya qobiliyatining kuchayishi va natijada moddaning muhit bo'ylab tarqalish tezligining kamayishi kuzatilgan.

4. Yoriq-g'ovak muhit elementida aktiv modda va tog' jinsi reaksiyasini hisobga olgan holda anomal modda ko'chishi jarayoni qaralgan. Jarayonga mos matematik model shakllantirilgan va sonli tahlil qilingan. Yoriq uchun yozilgan balans tenglamadagi koordinata bo'yicha kasr tartibni 2 dan kamaytirilgani sari aktiv modda yoriq bo'ylab kengroq yoyiladi va bu bilan matritsada diffuziyalanadigan modda miqdori ham ortishi ko'rsatilgan. Buning ta'sirida matritsaning g'ovakligi ko'proq o'zgarishi aniqlangan. G'ovak blok uchun yozilgan tenglamadagi fazoviy koordinata bo'yicha kasr hosila tartibining kamayishi bilan matritsada tez diffuziyalanish sodir bo'ladi. Natijada, g'ovaklikning oshishi tezlashishi aniqlangan.

5. G'ovak blokga kislota bilan ishlov berganda, kislotada erimaydigan qattiq zarrachalar hosil bo'ladi. Bu zarrachalar qisman muallaq holatda qoladi, boshqalari esa g'ovaklarda cho'kadi, ya'ni teshiklarga tiqilib qoladi. Bu ikki turdagi zarrachalar konsentratsiyasini hisobga olish uchun alohida differensial tenglamalar yozilgan. Bu differensial tenglamalar sonli yechilib, konsentratsiya maydonlari aniqlangan. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, muallaq va kolmatatsiyalangan zarrachalar konsentratsiyasi, muhit bo'ylab taqsimlangan modda konsentratsiyasiga mos o'zgaradi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИМЕНИ ШАРАФА РАШИДОВА**

**САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ШАРАФА РАШИДОВА**

ЭШДАВЛАТОВ ЗАРИФЖОН ЗАФАР УГЛИ

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АНОМАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В
ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ**

01.02.05 – Механика жидкости и газа

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ
ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Тема диссертации доктора философии (PhD) зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № В2022.4.PhD/FM1800.

Диссертация выполнена в Самаркандском государственном университета имени Шарафа Рашидова.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель:

Хужаёров Бахтиёр
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Назаров Умарали Абдувахобович
доктор физико-математических наук, доцент

Джаббаров Мамасоли Садикович
кандидат физико-математических наук, доцент

Ведущая организация:

Ташкентский Государственный Транспортный Университет

Защита диссертации состоится «11» сентября 2026 года в 10:00 часов на заседании Научного совета DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 при Самаркандском государственном университета имени Шарафа Рашидова (Адрес: 104000, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (+99866) 239-11-40, факс: (+99866) 239-11-40, 239-12-47, e-mail: devonxona@samdu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Самаркандского государственного университета имени Шарафа Рашидова (регистрационный номер 56). Адрес: 140104, Самарканд, Университетский бульвар, 15. (+99866) 239-17-25.

Автореферат диссертации разослан «26» августа 2026 года.
(реестр протокола рассылки № 1 от «26» августа 2026 года.)



Р.И.Халмурадов
Председатель научного совета по
присуждению ученых степеней,
доктор технических наук, профессор

У.А.Нишоков
Ученый секретарь научного совета
по присуждению ученых степеней,
доктор философии по физико-математических наук

Ж.Акилов
Заместитель председателя научного семинара при
научном совете по присуждению ученых степеней,
доктор физико-математических наук, профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире в результате роста численности населения, изменения климата, ускорения процессов урбанизации и усиления антропогенного давления все больше возрастает проблема дефицита чистой питьевой воды, особое внимание уделяется вопросам предотвращения загрязнения подземных водоемов под воздействием промышленных отходов и переноса загрязняющих веществ в составе жидкости под землей. Причина в том, что “около 30% населения мира живет в условиях “очень высокого” дефицита воды. Согласно “Докладу о мировых водных ресурсах” ООН на 2025 год, 72% ресурсов пресной воды используются в сельском хозяйстве, 15% – в промышленности и 13% – для бытовых нужд. В период с 2000 по 2021 год глобальное потребление воды увеличилось на 14%, в среднем на 0,7% в год. Горы и ледники обеспечивают 60% пресной воды в мире и являются основным источником жизни для более чем 3 миллиардов человек. Однако изменение климата, быстрое таяние ледников и деградация экосистем представляют серьезную угрозу для устойчивости водных ресурсов”³. В связи с этим особое внимание уделяется разработке математических моделей, описывающих аномальное движение различных вредных веществ в жидкости в трещиновато-пористых средах с фрактальной структурой, оценке площадей концентрации вредных частиц, определению количества вещества, переносного из трещины в пористый блок, а также разработке соответствующих вычислительных алгоритмов.

В мире проводятся широкомасштабные научные исследования по теории математического моделирования процессов аномального переноса вещества в трещиновато-пористых средах и развитию соответствующих методов расчета. Данные исследования непосредственно связаны с движением подземных вод, освоением месторождений углеводородов, геотехнологическими процессами, экологическим мониторингом и определением закономерностей распределения химических реагентов в пористых средах. В этой области, в частности, разработка математических моделей, учитывающих и не учитывающих явления адсорбции и десорбции в процессах переноса веществ, их совершенствование на основе дифференциальных уравнений дробного порядка, точное описание механизмов аномальной диффузии, использование высокопроизводительных вычислительных технологий, создание эффективных численных алгоритмов и современного программного обеспечения, а также обеспечение их точности и вычислительной стабильности являются одними из актуальных научно-практических задач.

В нашей республике проводятся широкомасштабные меры по численному исследованию процессов переноса вещества и фильтрации жидкостей в пористых средах, разработке их математических моделей и созданию эффективных вычислительных алгоритмов, служащих для решения практических задач. В стратегии развития Нового Узбекистана на период

³ The United Nations World Water Development Report 2025, Mountains and glaciers: water towers. UNESCO. 2025. ISBN 978-92-3-100743-9.

2022-2026 годы определены важные задачи, в том числе «... довести уровень обеспечения населения республики питьевой водой до 87%, обновить канализационные системы в 32 крупных городах и 155 районных центров...»⁴. В частности, важно создать эффективный алгоритм и программное обеспечение, позволяющие учитывать явления адсорбции при определении уровня загрязнения подземных вод, проводить вычислительные эксперименты по оценке влияния фрактальности среды на процессы переноса и фильтрации неоднородных жидкостей.

Указ Президента Республики Узбекистан от «О мерах по совершенствованию системы управления водными ресурсами и повышению эффективности их использования в низовом звене» ПП-5 от 5 января 2024 года, «О неотложных мерах по повышению эффективности использования водных ресурсов» ПП-107 от 1 апреля 2023 года, «О дополнительных мерах по ускоренному развитию промышленности и ее базовых отраслей» УП-169 от 12 октября 2023 года, «О мерах по созданию Образовательно-производственного кластера в нефтегазовой отрасли» ПП-309 от 7 июля 2022 года а также другие нормативно-правовые документы, касающиеся данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данная диссертационная работа выполнена в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. В последние годы особое внимание уделяется разработке и совершенствованию математических моделей процессов фильтрации и переноса веществ. В частности, моделированию и численной реализации процессов аномального переноса веществ и аномальной фильтрации, наблюдаемых в природных ТПС, посвящены работы таких учёных, как G.E.Grisak, J.F.Pickens, J.Bear, Van Genuchten M.Th., D. H.Tang, E.O.Frind and E.A.Sudicky, K.H.Coats, B.D.Smith, D. Reynolds, D.F.Young, A.Suzuki, A.S.Fomin, V.A.Chugunov, T.Hashida, B.Berkowitz, S.K.Matthai, A.Mezentsev, E.Unsal, S.K.Matthaii, M.J.Blunt, Y.W.Tsang, C.F.Tsang, I.Neretnieks, M.Selim, A.D.Benson, M.M.Meerschaert, W.S.Wheatcraft, F.Huang, F.Liu, M.Sahimi, R.Schumer, B.Baeumer, N.R.Horne, H.Zhan, B.F.A.Tompson и другие.

В нашей республике Ф.Б.Абуталиев, Э.Б.Абуталиев, Дж.Ф.Файзуллаев, Н.М.Муриддинов, Р.Саъдуллаев, И.Алимов, Б.Х.Хужаёров, Ж.Акилов, Н.Равшанов, И.К.Хужаев, С.Худайкулов, З.Маликов, Ш.Каюмов, В.Ф.Бурнашев и другие ученые внесли значительный вклад в эту область путем исследования процессов фильтрации жидкостей и газов в пористых средах, создания математических моделей и методов расчета, направленных на их прогнозирование.

⁴ Постановление Президента Республики Узбекистан, от 24.05.2022 г. № ПП-257 “О дополнительных мерах по повышению уровня обеспеченности населения питьевым водоснабжением и услугами канализации”

Особенности фильтрации жидкости и переноса вещества в ТПС резко различаются в трещинах и пористых блоках. Поэтому общая фильтрация и перенос вещества могут иметь аномальные характеристики. Другими словами, в трещинах и пористых блоках нарушаются законы Дарси и Фика. Задачи такой аномальной фильтрации и переноса вещества изучены недостаточно.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в котором выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с планом научно-исследовательских работ Самаркандского государственного университета имени Шарафа Рашидова №19.12 «Разработка математических моделей и численный анализ инженерных и природных процессов» (2000-2018 гг), FZ-2020092877 «Составление и численный анализ математических моделей процессов аномального переноса веществ и фильтрации жидкостей в неоднородных пористых средах» (2022-2027 гг).

Целью исследования является: усовершенствование математических моделей аномального переноса веществ и движения жидкости в ТПС с учетом фрактальности ТПС, адсорбционных явлений, аномальной диффузии, а также разработка эффективных алгоритмов численного решения задач.

Задачи исследования:

анализ аномальных процессов переноса вещества на основе теоретических моделей и методов исследования ТПС и усовершенствование существующих моделей на основе дифференциальных уравнений с дробными производными;

изучение процессов переноса вещества в элементе ТПС и решение задач переноса вещества с учетом фрактальности среды как в трещине, так и в пористом блоке, а также оценка влияния фрактальности среды на процессы переноса;

определение основных характеристик аномального переноса вещества (полей концентрации, обмена веществ между средами и др.) с учетом явления равновесной и неравновесной адсорбции;

решение задач переноса активного вещества в элементе ТПС и определение изменения пористости пористого блока в результате реакции активного вещества с горной породой;

оценка влияния концентрации взвешенных частиц, выделяющихся в жидкость в результате реакции горной породы и активного вещества, на процесс переноса вещества.

Объект исследования: фрактальные ТПС, насыщенные неоднородной жидкостью.

Предмет исследования: математические и гидродинамические модели, процессы переноса вещества в одной трещине и прилегающем к ней пористом блоке.

Методы исследования. Гидродинамические модели во фрактальных ТПС на основе фундаментальных законов механики и дополнительных феноменологических гипотез, основные уравнения теории аномального

переноса и фильтрации вещества в ТПС, математические и численные методы моделирования.

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

решены задачи переноса вещества с учетом фрактальности среды и оценено влияние фрактальной структуры ТПС и аномальных свойств переноса вещества на динамику процесса, распределение концентраций и параметры переноса;

усовершенствованы модели аномального переноса вещества с использованием дифференциальных уравнений в дробных производных с учетом явлений равновесной и неравновесной адсорбции в элементе ТПС, состоящей из одной трещины и соседнего с ней пористого блока;

проблема переноса вещества в элементе ТПС с фрактальной структурой рассмотрена с учетом явления адсорбции, и установлено, что явление адсорбции приводит к общему замедлению процесса распределения концентрации вещества, то есть к ретардационным эффектам;

установлено, что при переносе активных веществ в элемент ТПС изменяется пористость пористого блока под воздействием химической реакции вещества с горной породой, что ускоряет процессы переноса;

оценено, что коагуляция пор и трещин в результате выделения нерастворимых частиц горной породы в процессе переноса активного вещества в ТПС снижает фильтрационные свойства и интенсивность обмена веществ, ограничивает распространение активного вещества по среде и, как следствие, значительно снижает эффективность растворения горной породы.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

разработан алгоритм расчета задач аномального переноса вещества на основе подхода конвективной диффузии в элементе ТПС с фрактальной структурой;

усовершенствованы математические модели аномального переноса активного и пассивного вещества в элементе ТПС с учетом явлений адсорбции;

разработаны программные средства для расчета задачи аномального переноса вещества с учетом фрактальной структуры среды.

Достоверность результатов исследования. Достоверность результатов исследования основана на использовании фундаментальных законов сохранения и феноменологических соотношений при построении уравнений аномального переноса вещества в ТПС, построении усовершенствованных моделей, основанных на основных принципах механики сплошных сред - законах сохранения массы, аномальном законе Фика. В каждой гипотезе использован феноменологический подход.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования заключается в усовершенствовании математических моделей аномального переноса вещества в ТПС с фрактальной структурой. Усовершенствованные

математические модели и вычислительные алгоритмы являются очевидным вкладом в теорию переноса вещества и фильтрации жидкости в ТПС.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что полученные результаты могут быть использованы при анализе процессов добычи нефти и газа вторичными и третичными методами, при качественном и количественном анализе процессов очистки сточных и питьевых вод, в гидрологии, а также при разработке методологического подхода к изучению явлений переноса в элементе ТПС.

Внедрение результатов исследования. На основе математических моделей процессов переноса вещества, численных методов и алгоритмов, учитывающих аномальности в элементе ТПС:

- внедрены алгоритмы численного решения уравнений в частных производных дробного порядка для решения задач с необычными условиями на граничных и характеристических линиях в рамках фундаментального гранта №FZ-202009211 «Исследование корректности задач с условиями Франкля и Бицадзе-Самарского на характеристических и пертурбационных линиях для уравнений смешанного типа путем приведения их к неклассическим сингулярным интегральным уравнениям» (Термезский государственный университет, справка от 17 октября 2024 г.). В результате стало возможным эффективно характеризовать решения сингулярных интегральных уравнений и дифференциальных уравнений дробного порядка при изучении комплексных условий в сингулярных точках и линиях разломов уравнений смешанного типа, а также эффективно изучать корректность задач с характеристиками уравнений смешанного типа и условиями Франкля и Бицадзе-Самарского на линии разлома, приводя их к неклассическим сингулярным интегральным уравнениям и экономить 7% затрат труда.

- вычислительный алгоритм и программный продукт численного решения задачи для дифференциальных уравнений дробного порядка, описывающая процесс аномального переноса вещества в ТПС, использованы в исследованиях гранта под номером No.GP- 150/2023 при решении задачи дифференциальных уравнений дробного порядка (Университет Кинг Абдул Азиза, Саудовская Аравия, справка от 27 марта 2025 года). Использование численного алгоритма и программного обеспечения позволило прогнозировать расстояние распространения радиоактивных веществ в подземных слоях и оценить количество перемещенного вещества, а также сократить время расчета в 1,7 раза.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования обсуждены на 11 научных конференциях, в том числе на 6 международных и 5 республиканских.

Публикации результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 17 научных работ, из них 5 входит в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций, в том числе 2 опубликовано в зарубежных журналах и 3 в республиканских научных изданиях, а также получено свидетельство о регистрации программного продукта для ЭВМ (№ DGU 35052).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации состоит из 119 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, изложены научная новизна и практические результаты исследования. Кратко дано основное содержание диссертации.

В первой главе диссертации **«Перенос вещества в трещиновато-пористых средах»** приведен анализ особенностей процесса фильтрации жидкостей, переноса вещества в ТПС и вопросы их моделирования. Проанализированы гидродинамические модели ТПС и их решения. Проанализированы математические модели аномального переноса вещества в ТПС с фрактальной структурой и численные методы решения поставленных задач.

В параграфе 1 представлен анализ особенностей фильтрации жидкости и переноса вещества в ТПС.

В параграфе 2 анализируются гидродинамические модели переноса вещества в ТПС.

В параграфе 3 анализируются модели аномального переноса вещества.

В параграфе 4 представлены численные методы решения задач переноса вещества на основе моделей дробными производными.

Во второй главе диссертации **«Задачи аномального переноса вещества в элементе трещиновато-пористой среды»** поставлена и численно решена задача переноса вещества в элементе ТПС с фрактальной структурой, состоящей из одной трещины и прилегающего к ней пористого блока (матрицы). Изучен процесс аномального переноса вещества с учетом и без учета явлений равновесной и неравновесной адсорбции.

В параграфе 2.1 рассмотрен элемент ТПС, состоящий из одной трещины и смежного с ней пористого блока (матрицы) (Рис. 1). Трещина является полубесконечным одномерным объектом, так что распределение вещества и течение жидкости по ее поперечному сечению считается однородным. Пористый блок занимает первую четверть плоскости. Пусть в трещине жидкость течет с заданной постоянной скоростью v . С конца $x=0$ трещины подается жидкость с концентраций вещества c_0 . Первоначально трещина и пористый блок считаются заполненными чистой (без вещества) жидкостью. В трещине происходит конвективно-диффузионный перенос вещества, а в пористом блоке – только диффузионный. Процесс переноса в пористом блоке считаем аномальным, а в трещине процесс происходит без проявления аномальных явлений.

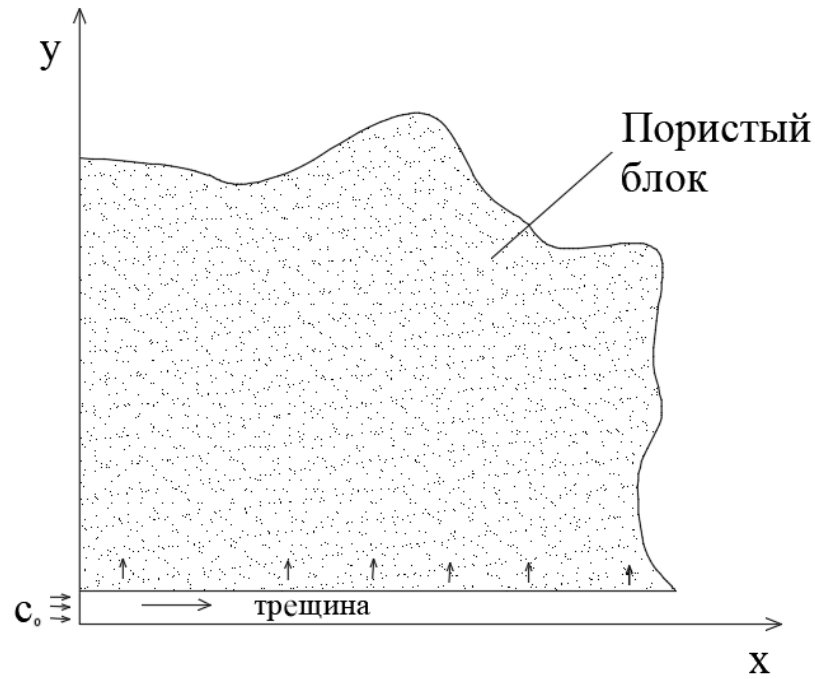


Рис. 1. Элемент ТПС

Уравнения переноса вещества и течение жидкости в элементе ТПС принимаем в виде

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^2 c_f}{\partial x^2} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (1) \quad \frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (2)$$

где $c_f = c_f(t, x)$ – концентрация вещества в трещине, $м^3/м^3$; $c_m = c_m(t, x, y)$ – концентрация в матрице, $м^3/м^3$; D_f – коэффициент диффузии в трещине, $м^2/с$; v – скорость движения жидкости, $м/с$; D_m – коэффициент аномальной диффузии в матрице, $м^{1+\delta}/с^\gamma$; m_0 – коэффициент пористости матрицы, t – время, $с$; x – координата.

Так как трещина моделируется как одномерный объект, распределение концентрации по ее поперечному сечению не рассматривается.

Пусть в среду с конца $x = 0$ начиная с момента $t > 0$ подается жидкость с постоянной концентрацией вещества c_0 . Тогда начальные и граничные условия имеют вид

$$c_f(0, x) = 0, \quad c_m(0, x, y) = 0, \quad (3) \quad c_f(t, 0) = c_0, \quad c_f(t, \infty) = 0, \quad (4)$$

$$c_m(t, x, 0) = c_f(t, x), \quad c_m(t, x, \infty) = 0. \quad (5)$$

Уравнения (1), (2) решаются с начальными и граничными условиями (3) - (5) методом конечных разностей. Определены поля концентраций c_m, c_f , а также показаны профили изменения по направлению y для двух точек концентраций c_m .

На рис. 2 показаны поверхности концентрации c_m для аномального случая, когда значения γ уменьшаются от единицы. Уменьшение γ от 1 приводит замедлению распространения профилей концентрации в пористом блоке. За счет этого в трещине процесс распространения вещества ускоряется.

Для того, чтобы лучше показать зависимости c_m от координат на рис. 3 показано его изменение по направлению y для двух точек $x = 0,3 \text{ м}$, $x = 0,5 \text{ м}$. Как видно из рисунка, с уменьшением γ от 1 профили концентрации в целом принимают заниженные значения. Однако, вблизи трещины профили при уменьшении γ от 1 принимают завышенные значения. Следовательно, при уменьшении γ в профилях концентрации c_m происходит смена режима от повышенных концентраций к пониженным в направлении увеличения y от трещины. Для того, чтобы более четко показать эту смену составлена таблица 1, где даны значения y в различных сечениях по x , когда γ уменьшаются от 1 на определенную величину.

Таблица 1. Значения y , при которых происходит смена режима

$x, \text{ м}$	От $\gamma = 1$ к $\gamma = 0,9$	От $\gamma = 1$ к $\gamma = 0,8$	От $\gamma = 1$ к $\gamma = 0,7$
0,1	0,00395300	0,0027371	0,00196010
0,3	0,00937385	0,0068135	0,00511980
0,5	0,01280000	0,0097042	0,00759160
0,7	0,01520000	0,0119000	0,00964800

Необходимо отметить, что в отличие от предыдущего случая смена режима происходит при сравнительно больших y .

На рис. 4 показаны изменения расходов вещества через общую границу сред.

Текущий Q , общий $Q_{\text{общ}}$ и суммарный $Q_{\text{сум}}$ относительные расходы через границу $y = 0$ определяются как:

$$Q = -mD_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \bigg|_{y=0}, \quad Q_{\text{общ}} = \int_0^\infty Q dx, \quad Q_{\text{сум}} = \int_0^t Q_{\text{общ}} dt = \int_0^t \int_0^\infty Q dx dt. \quad (6)$$

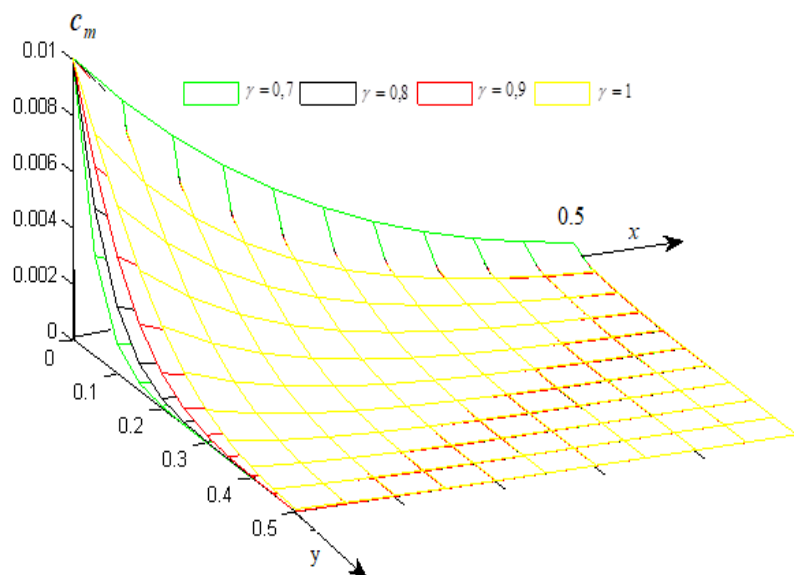


Рис. 2. Поверхности концентрации c_m при $\delta = 1$, $t = 3600 \text{ с}$ и различных значениях γ .

Как видно из рис. 4, с уменьшением γ от 1 текущий массоперенос через $y = 0$ увеличивается. Это объясняется тем, что за счет “медленной” диффузии в пористом блоке образуются относительно большие градиенты концентрации $\partial^\delta c_m / \partial y^\delta$ через общую границу $y = 0$. В свою очередь, общий и суммарный массоперенос через границу тоже увеличиваются (рис. 6. б, в).

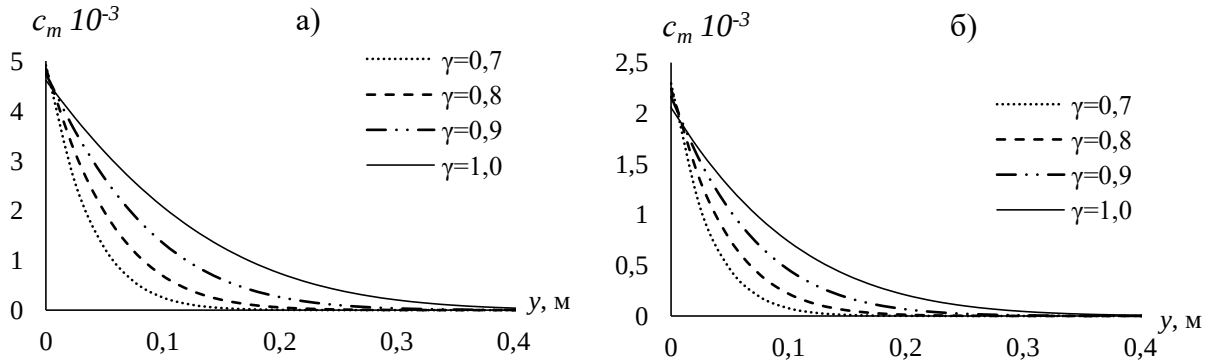


Рис. 3. Профили концентраций c_m при $\delta = 1$, $t = 3600$ с, $x = 0,3$ м (а), $x = 0,5$ м (б).

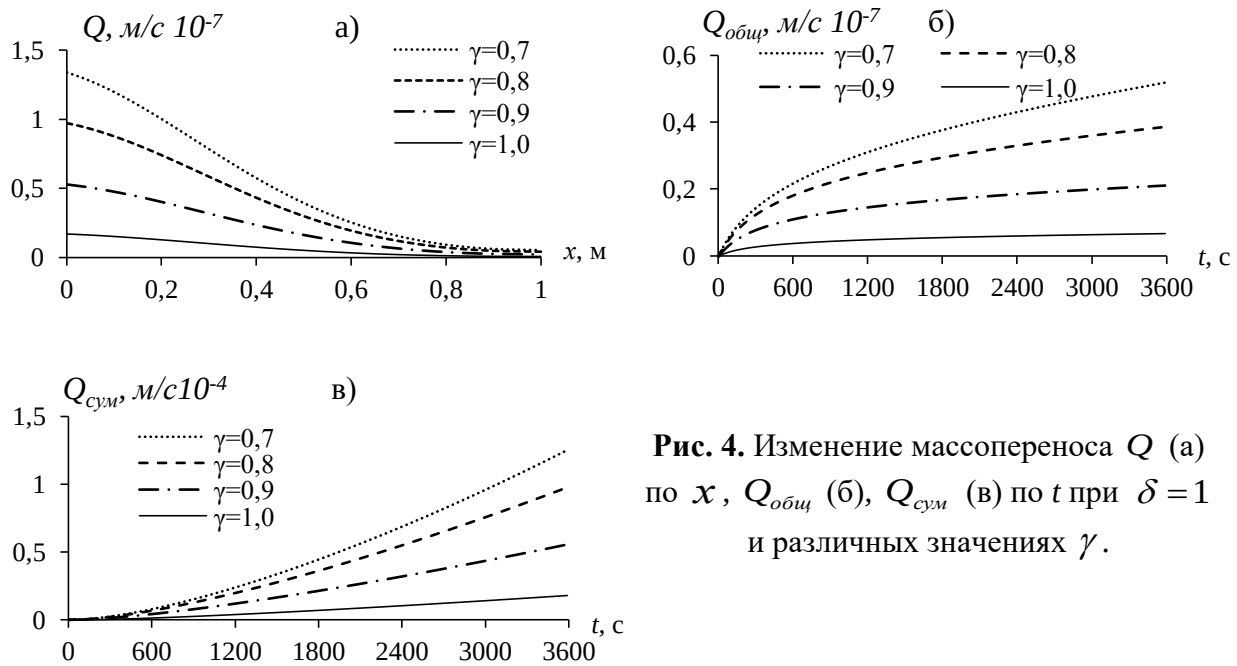


Рис. 4. Изменение массопереноса Q (а) по x , $Q_{общ}$ (б), $Q_{сум}$ (в) по t при $\delta = 1$ и различных значениях γ .

В параграфе 2.2 рассмотренная в §2.1 задача обобщается на более общий случай, когда аномальность переноса учитывается как в трещине, так и в пористом блоке.

Уравнение (1) в трещине преобразуется следующим образом

$$\frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + \bar{v} \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad 0 < \delta \leq 1, \quad (7)$$

а уравнение (2) используется в пористом блоке, как в параграфе 2.1.

В (7) $\bar{v}$ – скорость движения жидкости, β, δ – порядок дробной производной по координате ($0 < \alpha, \gamma, \delta \leq 1$, $1 < \beta \leq 2$).

Задача (7), (2) при условиях (3)-(5) решается методом конечных разностей.

Результаты расчетов для $\gamma = 0,9$ и различных значений α показаны на рис. 5. В предыдущем параграфе было показано, что уменьшение γ от 1 приводит к “медленной” диффузии в пористом блоке. Здесь этот эффект рассматривается совместно с “медленной” диффузией в трещине, когда значение α уменьшается от 1. С одной стороны “медленная” диффузия в пористом блоке должна привести к завышенным значениям концентрации в трещине (линии поверхности c_m при $y = 0$). С другой стороны, “медленная” диффузия в трещине обычно приводит к замедленному переносу вещества в трещине. Таким образом, здесь имеем два противоположно влияющих эффекта. Естественно, преобладающее влияние одного из них определяет характер переноса. Такую оценку удобно привести используя графики рис. 6.

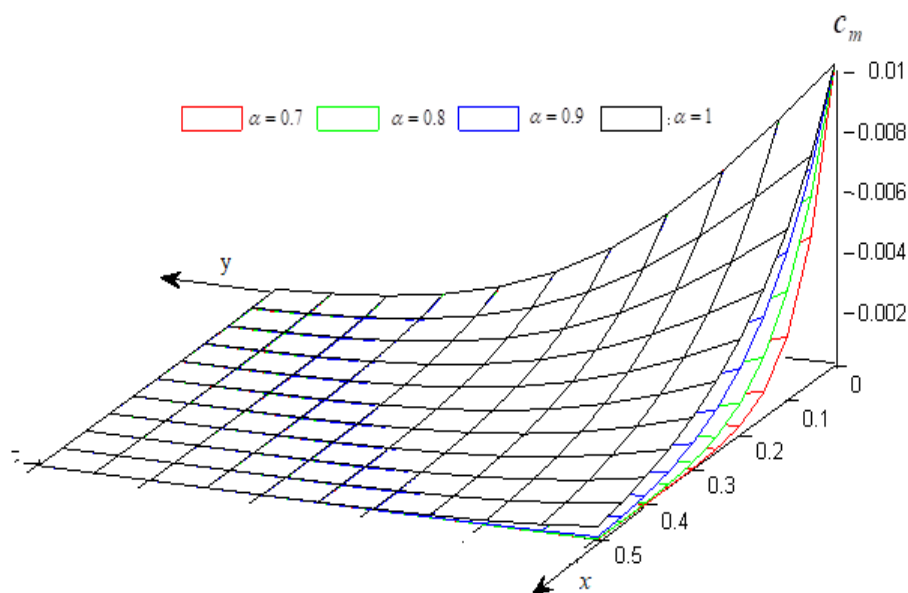


Рис. 5. Поверхности концентрации c_m при $t = 3600$ с, $\beta = 2$, $\gamma = 0,9$, $\delta = 1$ и различных значениях α .

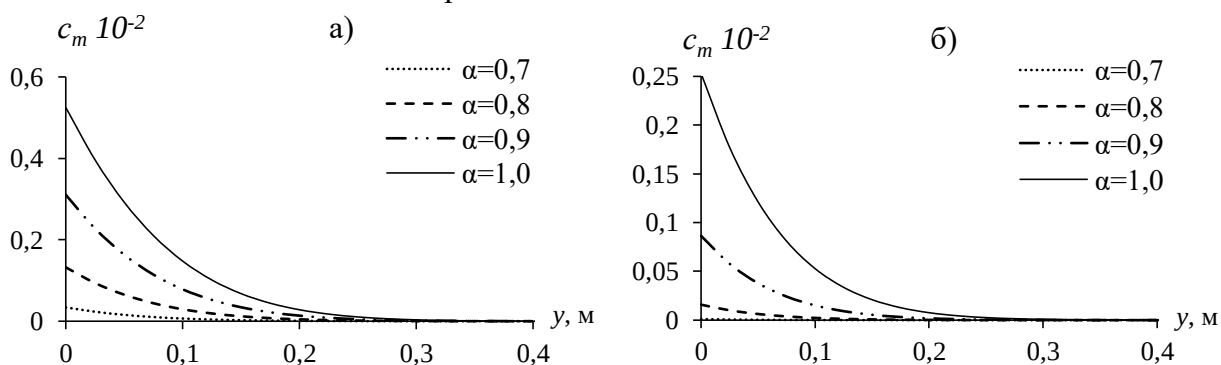


Рис. 6. Профили концентрации c_m при $t = 3600$ с, $\beta = 2$, $\gamma = 0,9$, $\delta = 1$, на сечениях $x = 0,3$ м (а), $x = 0,5$ м (б).

В параграфе 2.3 рассмотрена задача аномального переноса вещества в ТПС с учетом равновесной адсорбции.

Учитывается адсорбция по изотерме Генри, т.е.

$$s_f = k_f c_f, \quad s_m = k_m c_m, \quad k_f, k_m = \text{const}, \quad (8)$$

где s_f и s_m - объемы адсорбированного вещества на единицу массы среды, в трещине и пористом блоке, соответственно, k_m, k_f - адсорбционные коэффициенты в матрице и в трещине, которые являются физическими свойствами веществ и поверхности породы.

Уравнения переноса вещества принимаем в следующем виде

$$\left(\frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + \rho \frac{\partial^\alpha s_f}{\partial t^\alpha} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} \right) = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} + \rho \frac{\partial^\gamma s_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (10)$$

где ρ – плотность среды.

С учетом (8) уравнения (9) и (10) записываются следующим образом

$$\left(R_f \frac{\partial^\alpha c_f}{\partial t^\alpha} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} \right) = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + m_0 D_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (11)$$

$$R_m \frac{\partial^\gamma c_m}{\partial t^\gamma} = D_m \frac{\partial^{1+\delta} c_m}{\partial y^{1+\delta}}, \quad (12)$$

где $R_f = 1 + \rho k_f$, $R_m = 1 + \rho k_m$ являются ретардационными коэффициентами.

Условия течения жидкости и переноса вещества принимаются как в §2.1 и §2.2. Следовательно, начальные и граничные условия остаются прежними.

Задача (11), (12) при условиях (3) - (5) решается методом конечных разностей.

Из предыдущих результатов известно, что уменьшение α и γ характеризует “медленную” диффузию в трещине и матрице. Следовательно, результаты рис. 7, 8 соответствуют случаю “медленной” диффузии в трещине и матрице.

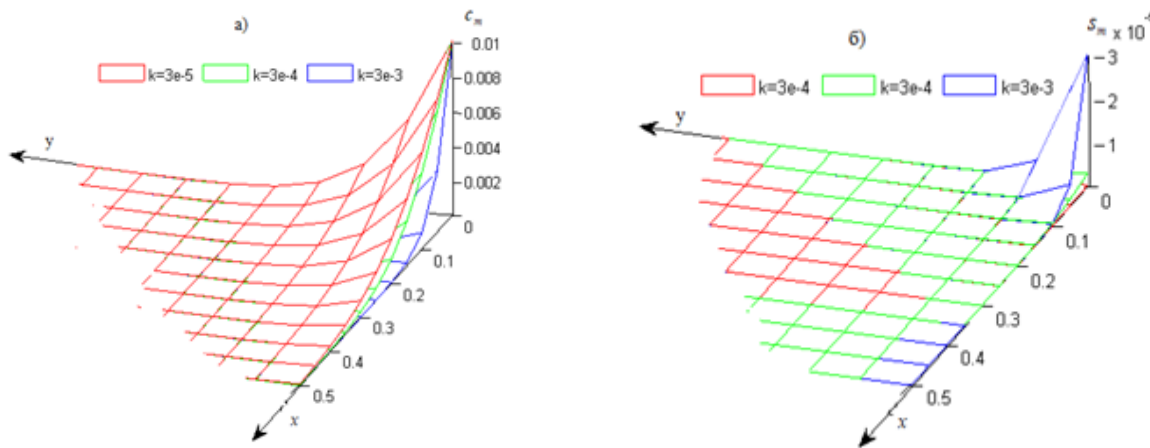


Рис. 7. Поверхности c_m (а) и s_m (б) при $t = 3600$ с, $\alpha = 0,8$, $\beta = 2$, $\gamma = 0,8$, $\delta = 1$ и различных значениях k .

На рис. 7 показаны поверхности c_m и s_m в случае, когда в уравнениях (11), (12) производные по времени имеют пониженный порядок. Рассматривается три значения коэффициента адсорбции $k_m = k_f = k$. На рис. 8 показаны вертикальные сечения поверхностей, соответствующие $x = 0,1$. Графики показывают, что с увеличением k значения c_m уменьшаются, а s_m — увеличиваются. Данный результат является на первый взгляд очевидным, но здесь можно отличить характер изменения c_m и s_m на различных сечениях по оси x .

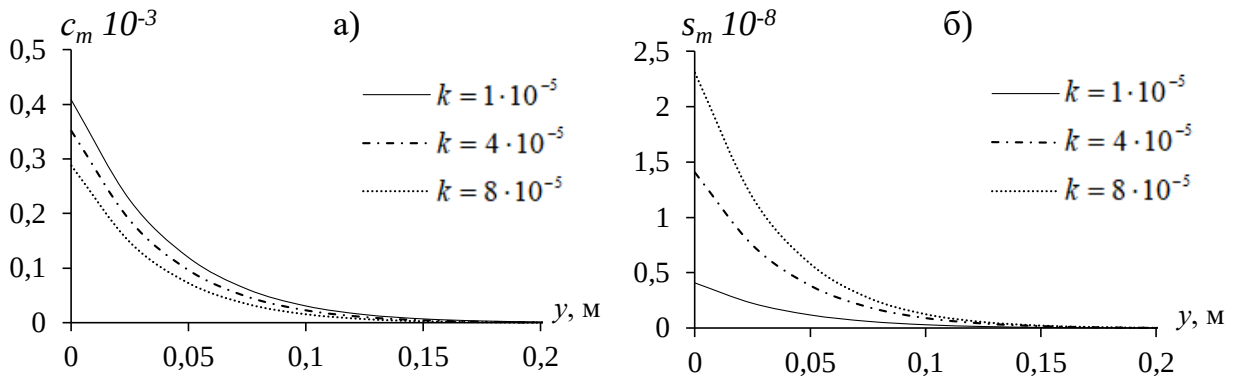


Рис. 8. Профили c_m и s_m при $t = 3600$ с, $\alpha = 0,8$, $\beta = 2$, $\gamma = 0,8$, $\delta = 1$, $x = 0,3$ м (а, в), $x = 0,5$ м (б, г).

В параграфе 2.4 рассматривается задача аномального переноса вещества в ТПС с учетом неравновесной адсорбции.

Используется следующая неравновесная кинетика адсорбции:

$$\frac{\partial^\alpha s_f}{\partial t^\alpha} = \alpha_f (k_f c_f - s_f), \quad (13)$$

$$\frac{\partial^\gamma s_m}{\partial t^\gamma} = \alpha_m (k_m c_m - s_m), \quad (14)$$

где α_f , α_m — коэффициенты скорости адсорбции, характеризующие интенсивности адсорбционных процессов в трещине и матрице соответственно, ($s^{-\alpha}$).

В дополнение к начальным граничным условиям в параграфах 2.1, 2.2 и 2.3 задаются следующие начальные условия:

$$s_f(0, x) = 0, \quad s_m(0, x, y) = 0. \quad (15)$$

Для численного решения уравнений (9), (10) при условиях (3)-(5) и (15) используется метод конечных разностей.

В третьей главе диссертации «Аномальный перенос активного вещества в элементе трещиновато-пористой среды» рассмотрена задача кислотной обработки одной трещины и прилегающей к ней матрицы.

В параграфе 3.1 рассматривается задача аномального переноса активного (неконсервативного) вещества вместе с жидкостью в элементе ТПС, состоящий из одиночной трещины и окружающего пористого блока (матрицы).

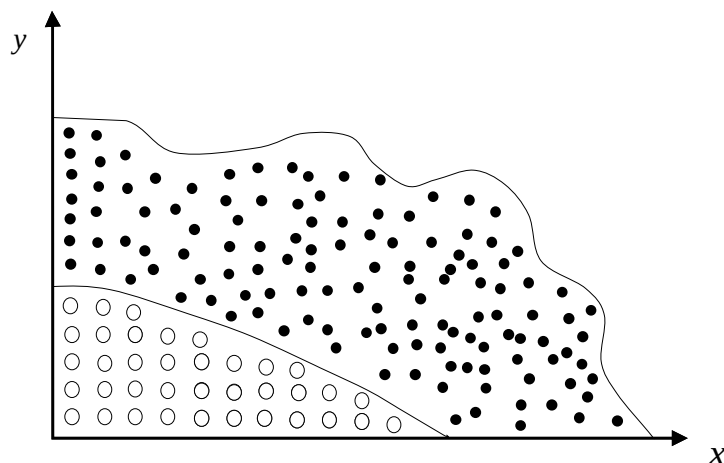


Рис. 9. Схема переноса вещества в элементе ТПС. –измененная зона матрицы за счет реакции, – неизменная зона матрицы

В пористом блоке перенос вещества происходит по аномальному закону Фика $J = mD_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right)$, $0 < \gamma \leq 1, 0 < \delta \leq 1$, где J – поток вещества в пористом блоке, m – пористость, D_m – коэффициент диффузии, c_m – концентрация вещества в матрице. t – время, y – направление, поперечное трещине (рис.9).

С учетом вышесказанного, уравнение перенос вещества в трещине с учетом аномальных явлений принимаем в виде

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} + v \frac{\partial c_f}{\partial x} = D_f \frac{\partial^\beta c_f}{\partial x^\beta} + mD_m \frac{\partial^{1-\gamma}}{\partial t^{1-\gamma}} \left(\frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right) \Big|_{y=0}, \quad (16)$$

где c_m – концентрация в пористом блоке (матрице), m^3/M^3 ; c_f – концентрация вещества в трещине, M^3/M^3 ; D_f – коэффициент диффузии в трещине, $M^{1+\beta}/c$; v – скорость движения жидкости, M/c ; D_m – коэффициент аномальной диффузии в матрице, $M^{1+\delta}/c^\gamma$; m – текущая пористость пористого блока (матрицы), t – время, c ; x – координата; γ – порядок дробной производной по времени, а β, δ – порядки дробной производной по координате ($0 < \gamma, \delta \leq 1, 1 < \beta \leq 2$).

Уравнение переноса в пористом блоке имеет вид

$$\frac{\partial^\gamma (mc_m)}{\partial t^\gamma} = -a_v E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m + D_m \frac{\partial}{\partial y} \left(m \frac{\partial^\delta c_m}{\partial y^\delta} \right), \quad (17)$$

где ρ_k – плотность раствора кислоты, $J_k = \mu_k a_v R_A$ – масса кислоты, израсходованной в единицу времени в единице объема, $R_A = E_f \frac{c_m \rho_k}{\mu_k}$ – скорость химической реакции, $E_f = E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right)$, ΔE – энергия активации, R – газовая константа, T – температура, a_v – удельная поверхность реакции, μ_k – молекулярный вес кислоты.

Изменение пористости за счет растворения породы матрицы описывается уравнением

$$\frac{\partial^\gamma m}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_M}{\rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m. \quad (18)$$

Начальные и граничные условия для полубесконечной среды имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0: c_m = c_f = 0, m = m_0, c_f(t, 0) = c_0 = \text{const}, \\ c_f(t, \infty) = 0, c_m(t, x, 0) = c_f(t, x), c_m(t, x, \infty) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Параметры $\beta_M, \rho_M, \rho_k, a_v, E_f^0, -\Delta E, R, T$ задаются. Задача (16)-(19) решается численно и определяются поля c_f, c_m, m .

В результате реакции кислоты с породой изменяется пористость матрицы (рис. 10). С уменьшением значения γ рост пористости матрицы замедляется.

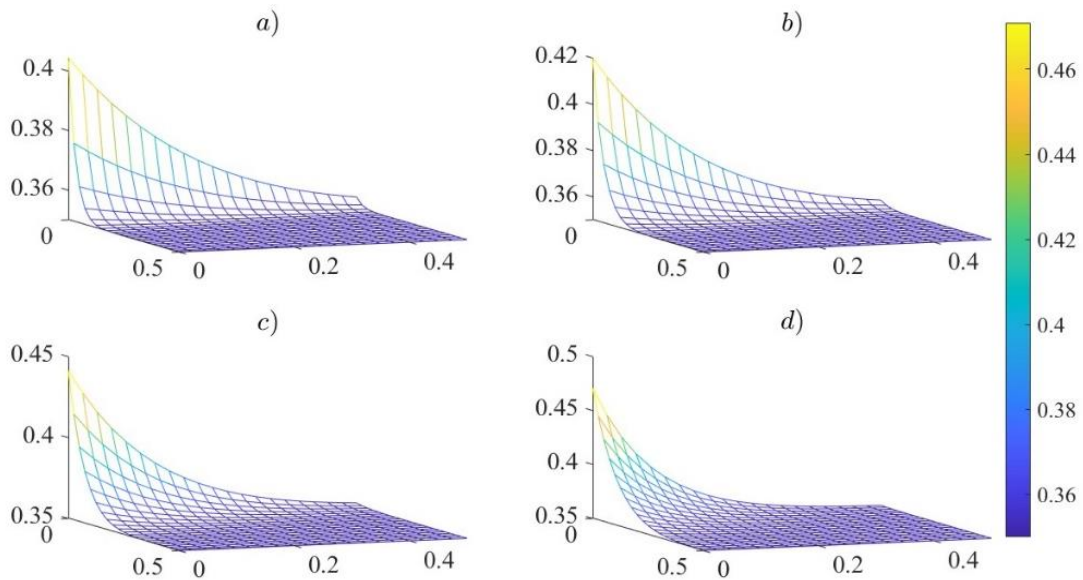


Рис. 10. Поверхности пористости m при $t = 3600$ с, $\beta = 2$, $\delta = 1$ и различных значениях γ ($\gamma = 0,7$ (a), $\gamma = 0,8$ (b), $\gamma = 0,9$ (c), $\gamma = 1,0$ (d)).

В параграфе 3.2 считается, что при растворении пористого блока кислотой образуются твердые частицы, которые не растворяются кислотой.

Баланс массы таких частиц описывается уравнением

$$\frac{\partial^\gamma c_s}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_s \mu_k a_v R_A}{m \rho_s} - \frac{\beta_M}{m \rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m c_s, \quad (20)$$

где c_s - концентрация нерастворимых частиц.

Задача (16)-(20) с дополнительным условием

$$c_s(0, x, y) = 0 \quad (21)$$

решается численно.

В параграфе 3.3 рассматривается задача высвобождения твердых частиц из породы за счет воздействия кислоты. Часть этих частиц может переходить из взвешенного состояния в осадок, что занимает часть порового объема. Этот осадок кольтируя поры изменяет процессы переноса как раствора кислоты, так и высвободившихся твердых частиц.

Баланс массы таких частиц описывается уравнением с учетом масса взвешенных частиц и объем осадка

$$\frac{\partial^\gamma c_s}{\partial t^\gamma} = \frac{\beta_s a_v}{\rho_s m} E_f^0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m - \frac{\beta_M}{m \rho_M} a_v E_f^0 \rho_k \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) c_m c_s - \frac{\lambda c_s}{m}. \quad (22)$$

В наиболее простом случае принимается следующая кинетика образования осадка

$$\frac{\partial^\gamma \sigma}{\partial t^\gamma} = \lambda c_s, \quad (23)$$

где $\lambda(c^{-\gamma})$ – коэффициент, характеризующий интенсивность образования осадка, σ – объем осадка в единице объема, т.е. объемная концентрация осадка. В наиболее упрощенном случае считается, что $\lambda = const$.

К условиям (19), (21) добавляется

$$\sigma(0, x, y) = 0. \quad (24)$$

(16)-(18), с (22), (23) решаются численно при условиях (19), (21) и (24).

Как видно из рис.11, уменьшение параметра δ от 1 приводит к значительному увеличению концентрации осажденных частиц внутри пористого блока. Эта ситуация объясняется быстрым (аномальным) процессом диффузии, присущим модели дробной диффузии, т.е. интенсивность дисперсии частиц через среду возрастает, создавая условия для их большего накопления в объеме пор.

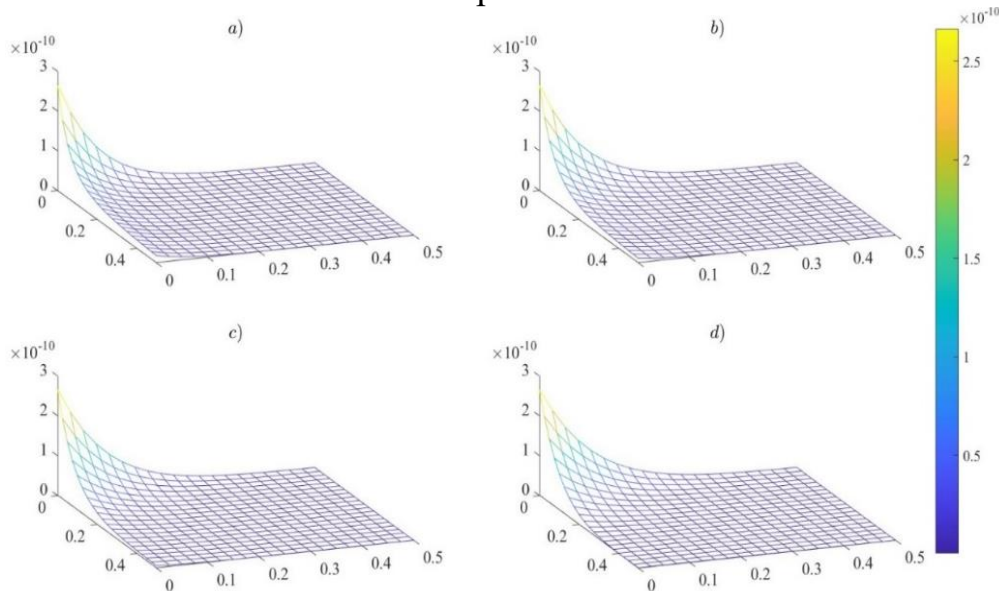


Рис. 11. Поверхности концентрации взвешенных частиц σ при $t = 3600$ с, $\beta = 2$, $\gamma = 1$ и различных значениях δ ($\delta = 0,7$ (а), $\delta = 0,8$ (б), $\delta = 0,9$ (с), $\delta = 1,0$ (д)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Существующая научная литература посвящена изучению вопросов, связанных с процессом переноса вещества в ТПС. В этих исследованиях анализируются основные законы переноса вещества, применяемые математические модели и методы их численного решения. Анализ литературы

показывает, что в большинстве работ процесс переноса вещества рассматривался на основе классического конвективно-диффузионного подхода, а сложная внутренняя структура среды, в частности, фрактальные свойства трещинно-пористой структуры, недостаточно изучены.

2. С учетом фрактальных свойств ТПС сформулированы отдельные дифференциальные уравнения для трещин и пористых блоков. Эти дифференциальные уравнения усовершенствованы с использованием дробных производных для адекватного описания сложной геометрической структуры среды и процессов аномального переноса вещества, происходящих в ней. Задачи были численно проанализированы с использованием метода конечных разностей. Согласно результатам, при уменьшении дробного порядка производной по времени в матрице от 1 происходит медленная диффузия в пористом блоке, и, как следствие, быстрая диффузия в трещине.

3. Для более полного описания процесса переноса вещества в ТПС модель была усовершенствована с учетом равновесных и неравновесных адсорбций. Для описания равновесной адсорбции использовалась изотерма Генри, что позволило адекватно представить линейные свойства процесса адсорбции в диапазоне низких концентраций. Модель неравновесной адсорбции, с другой стороны, служила для описания эффектов запаздывания во времени, наблюдаемых в ТПС, с учетом кинетических ограничений процессов адсорбции. В результате проведенных численных исследований было установлено, что фрактальные свойства среды оказывают существенное влияние на интенсивность процесса адсорбции, и с увеличением степени фрактальности адсорбционная способность возрастает, а в результате скорость диффузии вещества через среду уменьшается.

4. Рассмотрен процесс аномального переноса вещества в элементе ТПС с учетом реакции активного вещества с горной породой. Показано, что с уменьшением порядка дробной производной по координате от 2 в уравнении баланса, записанном для трещины, активное вещество распространяется широко вдоль трещины, увеличивая тем самым количество диффундирующего вещества в матрице. Установлено, что под влиянием этого увеличивается пористость матрицы. С уменьшением порядка дробной производной по пространственной координате в уравнении, записанном для пористого блока, в матрице происходит быстрая диффузия. В результате этого увеличение пористости ускоряется.

5. При обработке пористого блока кислотой образуются твердые частицы, нерастворимые в кислоте. Эти частицы частично остаются во взвешенном состоянии, а некоторые оседают в порах, то есть коагулируют их. Для учета концентрации этих двух типов частиц были составлены отдельные дифференциальные уравнения. Эти дифференциальные уравнения были решены численно, и были определены поля концентраций. Полученные результаты показывают, что концентрация взвешенных и осаждаемых частиц изменяется в соответствии с концентрацией вещества, распределенного во всей среде.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 UNDER SAMARKAND STATE
UNIVERSITY NAMED AFTER SHARAF RASHIDOV**

**SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHARAF
RASHIDOV**

ESHDAVLATOV ZARIFJON ZAFAR UGLI

**SOLUTION OF THE ANOMAL SOLUTE TRANSPORT PROBLEMS IN
FRACTURED-POROUS MEDIA**

01.02.05 – Fluid and gas mechanics

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICS SCIENCES**

Samarkand-2026

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) was registered at the Supreme Attestation Commission under Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under number B2022.4.PhD/FM1800.

The dissertation has been prepared at Samarkand State University named after Sharaf Rashidov.
The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:

Khuzhayorov Bakhtiyor

Doctor of physical and mathematical sciences, professor

Official opponents:

Nazarov Umarali Abduvakhobovich

doctor of physical and mathematical sciences

Dzhabbarov Mamasoli Sadikovich

candidate of physical and mathematical sciences

Leading organization:

Tashkent state transport university

Defense will take place « 11 » September 2026 at 10am at the meeting of Scientific Council number DSc.03/2025.27.12.FM/T.09.03 at Samarkand State University named after Sharaf Rashidov. (Address: University str. 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, tel.: (+99866) 239-11-40, fax: (+99866) 239-11-40, 239-12-47, e-mail: devonxona@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center at Samarkand State University named after Sharaf Rashidov (is registered № 56) (Address: University str. 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, tel: (+99866) 239-11-40).

Abstract of dissertation sent out on « 26 » August 2026 year
(Mailing report № 1 on « 26 » August 2026 year)



R. I. Khalmuradov

Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
Doctor of technical sciences, Professor

U.A.Nishonov

Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees,
Doctor of philosophy (PhD) in
physical and mathematical sciences

J.A.Akilov

Vice-Chairman of scientific seminar under scientific
council on award of scientific degrees,
Doctor of physical and mathematical sciences, Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the work is improvement of anomalous solute transport mathematical models and fluid flow in fractured-porous media, taking into account the fractality of fractured-porous media, adsorption phenomena, and anomalous diffusion, as well as the development of effective numerical algorithms for solving problems.

The object of research work is fractal fractured-porous media saturated with heterogeneous fluid.

Scientific novelty of the dissertation research is as follows:

solute transport problems were solved taking into account the anomalies and the influence of fractal fracturing of the fractured porous medium on the solute transport process was evaluated;

the process of solute transport was analyzed taking into account equilibrium and non-equilibrium adsorption. The equations of anomalous solute transport in the fractured-porous media element consisting of one fracture and adjacent porous blocks were improved;

the problem of solute transport in a fractured-porous media element with a fractal structure has been posed, which has been numerically solved taking into account anomal properties and adsorption effects;

it has been established that the adsorption phenomenon leads to a general slowdown in the process of substance concentration distribution, i.e., to retardation effects;

during the active solute transport in the fractured-porous media element, the porosity of the porous block changes due to the chemical reaction of the solute with the rock, which significantly affects the transport characteristics;

during the active solute transport in the fractured-porous media element, due to the release of unsolved rock reactions, the pores become clogged, which significantly reduces the efficiency of rock dissolution.

Implementation of research results.

Based on mathematical models of solute transport processes, numerical methods, and algorithms that take into account anomalies in the fractured-porous media element

Algorithms for the numerical solution of fractional-order partial differential equations for solving problems with extraordinary conditions on boundary and characteristic lines were implemented within the framework of the fundamental grant No. FZ-202009211 "Study of the correctness of problems with Frankl and Bitsadze-Samarski conditions on characteristic and perturbation lines for mixed-type equations by reducing them to non-classical singular integral equations" (Termez State University, certificate dated October 17, 2024). As a result, it was possible to effectively characterize the solutions of singular integral equations and fractional-order differential equations when studying complex conditions in singular points and fault lines of mixed-type equations, as well as to effectively study the correctness of problems with the characteristics of mixed-type equations and the

conditions of Frankl and Bitsadze-Samarskii on the fault line, leading them to non-classical singular integral equations, and to save 7% of labor costs.

A computational algorithm and software product for the numerical solution of the problem for fractional differential equations describing the process of anomalous solute transport in the fractured-porous media were used in research under the number GP-150/2023 for solving fractional differential equations (King Abdul Aziz University, Saudi Arabia, certificate dated March 27, 2025). The use of a numerical algorithm and software made it possible to predict the propagation distance of radioactive substances in underground layers and estimate the amount of displaced substance, as well as reduce calculation time by 1.7 times.

Publication of research results. On the topic of the dissertation, 17 scientific works have been published, 5 of which are included in the list of scientific publications proposed by the Higher Attestation Commission for the publication of the results of dissertations, including 2 published in foreign and 3 in national scientific journals, and a certificate of registration of the software for a computer was received (No. DGU 35052).

The structure and volume of the thesis. The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion, a list of references and appendixes. The volume of the dissertation is 119 pages.

E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo'lim (I часть; I part)

1. Хужаёров Б., Джиннов Т.О., Эшдавлатов З.З. Аномальный перенос вещества в элементе трещиновато–пористых сред с учетом равновесной адсорбции // Проблемы механики, 2024. Volume 33, No.3, ISSN: 2010-7250 <https://pmjournal.uz/archive/2024/3> (01.00.00 №4)
2. Bakhtiyor Khuzhayorov, Jamol Makhmudov, Tursunpulat Dzhiyanov, Zarifjon Eshdavlatov, Solute transport in an element of a fractured-porous medium taking into account anomalies in porous block // Advanced Mathematical Models & Applications, 2025. Volume 10, No. 1, p 89-99, <https://doi.org/10.62476/amma.10188> . (Scopus, Q2, CiteScore: 2.3, SJR: 0.352)
3. Khuzhayorov B., Dzhiyanov T.O., Eshdavlatov Z.Z. Anomalous solute transport in an element of a fractured-porous medium with memory effects // Problems of Computational and Applied Mathematics, 2025. №3(67): 5-14. DOI: https://doi.org/10.71310/pcam.3_67.2025.01. (01.00.00 №9) ()
4. Сулаймонов Ф.У., Эшдавлатов З.З., Холбоева Х.Ф. Численное решение задачи аномального переноса вещества в трещиновато-пористой среде // Научный вестник БухГУ, 2025. №12(1) С. 68-74 (https://buxdu.uz/media/jurnallar/ilmiy_axborot/1._Matematika_Ilmiy_axboroti__12_2025_PDF_compressed.pdf (01.00.00 №3))
5. B. Khuzhayorov, B. Fayziyev, Z. Eshdavlatov, Modeling anomalous solute transport in fractured porous medium with nonequilibrium adsorption // International Journal of Mechatronics and Applied Mechanics, 2026, Issue 23, Vol. I. [dx.doi.org/10.17683/ijomam/issue23.8](https://doi.org/10.17683/ijomam/issue23.8) (Scopus, Q4, CiteScore: 1.0, SJR: 0.199).

II bo'lim (II часть; II part)

6. З. Эшдавлатов, Ф. Тураев, Ж. Холиков, Аномальный перенос растворенных веществ в элементе трещиновато – пористой среды, Актуальные вопросы алгебры и анализа сборник материалов республиканской научно-практической конференции, Термиз, 18-19 ноября 2022 года. https://340.tersu.uz/xalqaro_konferensiyalar/1-qism_original.pdf
7. Хужаёров Б.Х., Джиянов Т.О., Эшдавлатов З.З., Аномальный перенос вещества в элементе трещиновато-пористой среды с учетом равновесной адсорбции // Технологии разработки месторождений и моделирование процессов в нефтегазодобыче, Сборник тезисов Международной научно-практической конференции, посвященной памяти академика А. Х. Мирзаджанзаде 24-27 августа 2023 года.
8. Джиянов Т.О., Эшдавлатов З.З., Акрамов Ш. Б., Тураев Ф., Перенос вещества в элементе трещиновато-пористой среды с учетом аномальности в пористом блоке // Международная научно-практическая конференция «Рахматулиньские чтения» 26 – 27 мая Ташкент-2023

9. Хужаёров Б., Эшдавлатов З.З., Акрамов Ш.Б., Перенос вещества в элементе трещиновато-пористой среды с учетом аномальности в трещине и пористом блоке // Международной научно-практической конференции, Актуальные проблемы физики, математики и механики, Бухара, Узбекистан, 24-25 мая, 2023 год <https://ru.scribd.com/document/852711496/Toplam-II-qism-Buxoro-24-05-23>
10. Khuzhayorov B , Dzhiyanov T.O., Eshdavlatov Z.Z., Numerical solution of anomalous solute transport problem in an element of a fractured-porous medium // Abstracts of the 8th international conference “actual problems of applied mathematics and information technologies” - Al-Khwarizmi September 25-26, 2023 SamSU, Samarkand, Uzbekistan
11. Khuzhayorov B., Dzhiyanov T, Eshdavlatov Z., Anomalous solute transport in an element of a fractured-porous medium // Abstracts of the VII World Congress of Turkic World Mathematicians (TWMS Congress-2023), September 20-23,2023, Turkestan, Kazakhstan. https://acagor.kz/media/uploads/twms-2023/TWMS2023_AbstractBook.pdf
12. Khuzhayorov B.Kh., Eshdavlatov Z.Z. Numerical Solution of Anomalous Solute Transport Problem in a Fractured Porous Medium // Ali Qushji - an outstanding ambassador of the scientific school of ulugh beg. September 21-22, 2023. Samarkand.
13. Хужаёров Б., Джиянов Т.О., Эшдавлатов З.З., Хусанов Ф.З., Численное решение задачи аномального переноса вещества в элементе трещинно-пористой среде с учетом равновесной адсорбции, Республиканской научно-практической конференции на тему Современные проблемы и перспективы прикладной математики Карши, 24-25 мая 2024 г. <https://ojs.qarshidu.uz/index.php/mp/article/view/382>
14. B.Khuzhayorov, Z.Eshdavlatov, Sh. Rajabboev, Anomalous solute transport in the element of fractured-porous medium taking into account nonequilibrium adsorption // Republican scientific and practical conference on the topic: “Prospects of introducing digital technologies and artificial intelligence into the educational process” June 7, 2024.
15. Khuzhayorov B., Dzhiyanov T. O., Eshdavlatov Z. Z. Finite Difference Approximation for Fractional Solute Transport Equation. // International scientific-practical conference on current problems of algebra and analysis Termez, October 20-21, 2025.
16. Khuzhayorov B., Makhmudov J. M., Eshdavlatov Z. Z. Numerical Modeling of the Anomalous Solute Transport Problem in a Two-Zone Porous Medium // Matematik analiz va uning zamonaviy matematik fizikaga tatbiqlari oktabr 18, 2025; Samarkand, Uzbekistan. <https://ru.scribd.com/document/1051231408/MAAMPh-Tuplam-18-10-2025>
17. B. Xujayorov, Z. Eshdavlatov, Z. Ermamatova, Yoriq g‘ovak muhit elementida anomal modda ko‘chishi jarayonini sonli tahlil qilish // O‘zbekiston Respublikasi Adliya Vazirligi, № DGU 35052, 2024

Avtoreferat Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining
“SamDU ilmiy tadqiqotlar axborotnomasi” jurnali tahririyatida
tahrirdan o‘tkazildi (05.08.2026-yil).

2026-yil 05-avgustda bosishga ruxsat etildi:
Ofset bosma qog‘ozi. Qog‘oz bichimi 60x84 ¹/₁₆.
“Times” garniturası. Ofset bosma usuli.
Shartli b.t. 2,75. Adadi 00 nusxa. Buyurtma 0.

“Sardor poligraf” OK bosmaxonasida chop etildi.
Manzil: Samarqand viloyati, Samarqand tumani, Xishrav MFY.

Bosmaxona tasdiqnomasi



8136

