САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

УЛАШОВ СОБИР САХИБЖАНОВИЧ

ПАНЖАРАДАГИ ИККИТА ИХТИЁРИЙ ЗАРРАЧАЛИ СИСТЕМАГА МОС ШРЕДИНГЕР ОПЕРАТОРИ ДИСКРЕТ СПЕКТРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2017 йил

УДК: 517.984

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

УЛАШОВ СОБИР САХИБЖАНОВИЧ

ПАНЖАРАДАГИ ИККИТА ИХТИЁРИЙ ЗАРРАЧАЛИ СИСТЕМАГА МОС ШРЕДИНГЕР ОПЕРАТОРИ ДИСКРЕТ СПЕКТРИ

01.01.02 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2017 йил

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.2.PhD/FM54 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Самарқанд давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз рус, (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.samdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Лақаев Саидахмат Норжигитович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Халмухаммедов Алимжан Рахимович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Ботиров Ғолиб Исроилович физика-математика фанлари номзоди
Етакчи ташкилот:	**Қарши Давлат Университети**

Диссертация ҳимояси Самарқанд давлат университети ҳузуридаги PhD.27.06.2017.FM.02.01 рақамли Илмий кенгашнинг 201_ йил «___»_________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, 239-12-47, e-mail: patent@samdu.uz).

Диссертация билан Самарқанд давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32.

Диссертация автореферати 2017 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2017 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С. Солеев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

А.М. Халхўжаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

И.А.Икромов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлардан маълумки физикада мураккаб турғун объектлар одатда уларнинг боғланган пайтдаги энергияси камайиш имконини берувчи тортишиш кучлари натижасида ҳосил бўлишини кўрсатади. Тартибланган муҳитларда мураккаб турғун объектлар ҳаттоки итаришувчи таъсирлар натижасида ҳам мавжуд бўлишлиги экпериментал исботланди. Итаришувчи жуфтликларни назарий асослашда фойдаланиладиган Бозе-Хаббард модели, яъни панжарадаги икки заррачали Шредингер оператори экспериментал кузатишларнинг назарий асоси ва қўллашнинг назарий базаси ҳисобланади. Шунинг учун қаттиқ жисмлар физикаси ҳамда квант майдонлар назариясида учрайдиган панжарадаги заррачалар системасига мос Шредингер операторларига оид тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда панжарадаги икки квант заррачали системага мос Шредингер оператори спектри система квазиимпульси ўзгаришига нисбатан ўта сезувчан бўлганлиги учун ушбу оператор спектрига оид муаммоларни ҳал этиш, яъни боғланган ҳолатлар мавжудлигини кўрсатиш ва унинг сонини аниқлаш муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада панжарада қисқа масофада таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос Шредингер операторининг дискрет спектрини тадқиқ этиш, ушбу оператор муҳим спектри тубидаги ёки тепасидаги бўсаға ҳодисаларни аниқлаш мақсадли илмий тадқиқотлар ҳисобланади.

Мустақиллик йилларида мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиққа эга бўлган долзарб йўналишларга эътибор кучайтирилди. Жумладан, математик физиканинг кубик панжарадаги заррачалар системасига мос Шредингер операторларини ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Панжарадаги икки заррачали системага мос Шредингер операторлари учун муҳим спектрдан ташқарида боғланган ҳолатлар мавжудлиги ва уларнинг сонини аниқлашга оид сезиларли натижаларга эришилди. Математика, физика, амалий математика фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда квант майдонлар назарияси ва чизиқли операторларнинг спектрал назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15-июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида»ги, 2017 йил 17-февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори ва 2017 йил 8-февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўгрисида»ги Фармони ва мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-хуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Атом ва молекуляр ҳамда қаттиқ жисмлар физикаси, квант майдонлар назариясининг асосий масалалари Шредингер операторларини ўрганишга қаратилган. Бу соҳада олинган натижалар тўғрисида кўплаб маълумотлар М.Рид ва Б.Саймоннинг илмий ишларида келтирилган. Панжарадаги заррачалар системасига мос Шредингер операторлари Д.С.Маттис, А.И.Могильнер томонидан ўрганилган. Панжарадаги Шредингер операторларини математик маънода тадқиқ этишда узлуксиз Шредингер операторларидаги каби муаммолар учрайди. Яъни, дастлаб бир, икки ва ҳоказо заррачали операторларни ўрганиш талаб этилади.

Узлуксиз ва дискрет Шредингер оператори ҳамда умумлашган Фридрихс модели учун дискрет спектр мавжудлиги, хос қийматнинг узлуксиз спектр атрофидаги ёйилмалари, ўзаро таъсир константасининг бўсағавий қийматдаги ҳодисаларни аниқлаш масалалари М. Клауз, Б. Саймон, Г.М. Граф, Д. Шенкер, Р.А.Фариа де Вейга, Е.Л. Лакштанов, Р.А. Минлос, С.Н. Лақаев, К. Макаров каби олимлар томонидан ўрганилган. Икки заррачали Шредингер операторларида ўзаро таъсир доимийси ўзгариши натижасида боғланган ҳолат энергияси узлуксиз спектр чеккасига яқинлашади ва таъсир доимийсининг чекли қийматида спектр бўсағаси билан устма-уст тушади. Бу бўсаға қийматга боғланган ҳолат ёки виртуал ҳолат мос келишини аниқлаш масаласи Дж.Раух, Б. Саймон, М. Клауз, Д. Яфаев ва С.Н.Лақаевлар томонидан ўрганилган. Жуфт-жуфти билан ўзаро контакт потенциал ёрдамида таъсирлашувчи, иккита бозондан ташкил топган система гамильтонианига мос $H_\mu(k) = H_0(k) + \mu V, k \in \mathbb{T}^3$ икки заррачали дискрет Шредингер оператори учун квазиимпульс бўсаға эффекти, яъни агар $\mu = \mu_0 < 0$ нинг бирор қийматида $H_{\mu_0}(0)$ номанфий оператор муҳим спектрнинг қуйи чегарасида виртуал сатҳга эга бўлса, у ҳолдаnn квазиимпульснинг нолдан фарқли ихтиёрий қийматида $H_{\mu_0}(k)$ оператор муҳим спектр қуйи чегарасидан пастда хос қийматга эга бўлиши дастлаб С.Н. Лақаев ишида ўрганилган.

С. Албеверио, С. Лакаев, К. Макаров ва З. Мўминовлар томонидан $d-$ ўлчамли $\mathbb{Z}^d, d \geq 3$ панжарада жуфт-жуфти билан қисқа масофада таъсирлашувчи ихтиёрий икки заррачали системага мос икки заррачали

Шредингер оператори учун хос қийматларнинг мавжудлик шартлари дисперсион функцияларга боғлиқ равишда топилган. С.Н.Лакаев, А.М. Холхўжаев, Ш.Ю. Холматов, Ш.С. Лақаев ишларида $d \geq 3$ ўлчамли $\mathbb{Z}^d$ панжарада ҳаракатланувчи, тортишувчи контакт потенциал ёрдамида таъсирлашувчи иккита квант заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим спектрдан пастда ягона хос қиймати мавжудлиги исботланган, ҳамда ўзаро таъсир доимийси ва квазиимпульсга боғлик ҳолда хос қиймат учун асимптотика топилган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Самарканд давлат университетининг Ф4-ФА-Ф079 «Панжарадаги сони сақланмайдиган заррачалар системаси гамильтонианларининг спектрал таҳлили» (2012-2016) ва ОТ-Ф4-66 «Панжарадаги чекли сондаги заррачалар системаси моделлари. Энергия операторларининг муҳим ва дискрет спектрлари» (2017) мавзуларидаги илмий тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади. Панжарадаги ўзаро контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим ва дискрет спектрларини тадқиқ қилиш.

Тадқиқотнинг вазифалари:

ўлчами $d \geq 3$ бўлган панжарада ўзаро итаришувчи ёки тотишувчи контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим спектрдан ўнгда ёки чапда хос қиймати мавжудлигини исботлаш ва унга мос хос функциянинг аниқ кўринишини топиб регуляр функция эканлигини кўрсатиш;

ўлчам $d = 3{,}4$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағасида ёки қуйи бўсағасида дискрет Шредингер оператори виртуал сатҳга эга эканлиги исботлаш ва виртуал ҳолатнинг интегралланувчи функция эканлигини кўрсатиш;

квазиимпульснинг берилган қийматида виртуал сатҳга эга бўлган таъсир энергияси қийматларини топиш ва таъсир энергиясининг берилган қийматида система квазиимпульслари тўпламини Шредингер операторининг хос қиймати мавжуд бўладиган ёки мавжуд бўлмайдиган ҳамда виртуал сатҳга эга бўладиган синфларга ажратиш;

ўлчам $d \geq 5$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағаси ёки қуйи бўсағаси дискрет Шредингер операторининг хос қиймати бўлишини кўрсатиш.

Тадқиқотнинг объекти. Панжарадаги ўзаро контакт потенциал ёрдамида таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачалар системаси ва гамильтонианидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети. Панжарадаги иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторларининг спектрал тадқиқотларидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида математик анализ, ўз-ўзига қўшма операторлар спектрал назаряси, ҳамда Бирман-Швингер принципи усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

ўлчами $d \geq 3$ бўлган панжарада ўзаро итаришувчи ёки тортишувчи контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим спектрдан ўнгда ёки чапда хос қиймати мавжудлиги исботланган ва унга мос хос функциянинг аниқ кўриниши топилиб регуляр функция эканлиги кўрсатилган;

ўлчам $d = 3{,}4$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағасида ёки қуйи бўсағасида дискрет Шредингер оператори виртуал сатҳга эга эканлиги исботланган ҳамда виртуал ҳолатнинг интегралланувчи функция эканлиги кўрсатилган;

квазиимпульснинг берилган қийматида виртуал сатҳга эга бўлган таъсир энергияси қийматлари топилган ва таъсир энергиясининг берилган қийматида система квазиимпульслари Шредингер операторининг хос қиймати мавжуд бўладиган ёки мавжуд бўлмайдиган ҳамда виртуал сатҳга эга бўладиган тўпламларга ажратилган;

ўлчам $d \geq 5$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағаси ёки қуйи бўсағаси дискрет Шредингер операторининг хос қиймати бўлиши кўрсатилган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси. Боғланган ҳолатларнинг аналитиклиги ҳақидаги хулосалар қаттиқ жисмлар физикаси ва квант механикасида экспериментал тадқиқотларнинг сифат кўрсаткичини аниқлашда қўлланилиши мумкинлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик анализ, математик-физика, функционал анализ ва комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти ўз-ўзига қўшма операторлар спектрал назариясида, квант механикаси ва қаттиқ жисмлар физикасида панжарадаги икки ва уч заррачали система гамильтонианларининг спектрлари ҳамда хос қиймати мавжудлигини кўрсатиш билан боғлик масалаларни ҳал этишда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти қаттиқ жисмлар физикаси мураккаб объектлари ҳосил бўлишини кўрсатувчи экспериментал тадқиқотлар ўтказиш ва қўллашга назарий жиҳатдан хизмат қилиши билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. панжарадаги иккита ихтиёрий заррачали системага мос Шредингер операторининг хос функциялари аналитиклигидан етакчи хорижий журналларда (Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346; Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402) уч заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг спектрини топишда фойдаланилган.

Илмий натижанинг қўлланилиши операторнинг хос функцияси аналитик функция эканлигини исботлаш имконини берган;

панжарадаги иккита ихтиёрий итаришувчи заррачали системага мос Шредингер оператори хос қийматларининг система квазиимпульсига боғлиқлигидан етакчи хорижий журналларда (Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346) контакт потенциалли иккита бир хил заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг хос қийматлари мавжудлигини кўрсатишда фойдаланилган. Илмий натижанинг қўлланилиши ўрганилаётган оператор хос қийматининг мусбатлигига оид натижани исботлаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 4 та халқаро ва 2 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 10 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 4 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш кисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг хажми 93 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Панжарадаги икки заррачали система гамильтонианини Фон-Нейман интегралига ёйиш»** деб номланувчи биринчи бобида асосий натижаларни баён қилиш учун зарур бўлган тушунчалар ва натижалар, жумладан чегараланган ўз-ўзига қўшма операторлар спектрал назариясининг зарур теоремалари келтирилган, ҳамда иккита ихтиёрий заррачали система гамильтониани координата ва импульс кўринишларида чегараланган ўз-ўзига қўшма операторлар сифатида мос гильберт фазоларида қаралган. Икки заррачали система тўла квазиимпульси киритилиб, икки ихтиёрий заррачали гамильтониан Фон-Нейман интегралига ёйилган. Натижада икки заррачали система гамилтониани спектрини ўрганиш масаласи қават операторлар, яъни дискрет Шредингер операторлари спектрал хоссаларини ўрганиш масаласига келтирилган.

Диссертациянинг **«Панжарадаги икки заррачали Шредингер операторининг боғланган ҳолатлари мавжудлиги ва аналитиклиги»** деб номланувчи иккинчи боби $d \geq 3$ ўлчамли $\mathbb{Z}^d$ панжарада ўзаро контакт потенциал ёрдамида таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос Шредингер оператори қаралган. Қаралаётган операторнинг муҳим спектридан ўнгда ягона хос қиймати мавжудлиги система квазиимпульси ва итаришувчи ўзаро таъсир энергиясига боғлиқ ўрганилган. Мос хос функциянинг аналитиклиги ва хос қийматнинг ҳамда хос функциянинг мавжудлик соҳасида квазиимпульснинг функцияси сифатида регулярлиги исботланган.

II боб натижаларининг қатъий математик баёнига ўтамиз. $\mathbb{T}^d$ - $d-$ ўлчамли тор, яъни $(-\pi,\pi]^d$ куб бўлсин. Икки ихтиёрий заррачали системага мос контакт таъсирлашувчи дискрет Шредингер оператори $L^2(\mathbb{T}^d)$ гильберт фазосида қуйидаги формула билан аниқланган:

$$H_\mu(K) = H_0(K) + \mu V, K \in \mathbb{T}^d.$$

Кўзғалмас $H_0(K)$ оператор $L^2(\mathbb{T}^d)$ фазода $\mathcal{E}_K(\cdot)$ функцияга кўпайтириш оператори бўлиб,

$$(H_0(K)f)(q) = \mathcal{E}_K(q)f(q), \quad f \in L^2(\mathbb{T}^d),$$

формула билан аниқланган. Бунда,

$$\mathcal{E}_K(q) = \varepsilon(q) + \gamma\varepsilon(K-q),$$

$\gamma > 0$ заррачалар массаларининг нисбати ва

$$\varepsilon(p) = \sum_{i=1}^{d}(1-\cos p^{(i)}), \quad p = (p^{(1)},\ldots,p^{(d)}) \in \mathbb{T}^d.$$

V ўзаро таъсир (қўзғатиш) оператори $L^2(\mathbb{T}^d)$ фазода қуйидаги формула билан аниқланган:

$$(Vf)(p) = \frac{1}{(2\pi)^d}\int_{\mathbb{T}^d} f(q)dq, \quad f \in L^2(\mathbb{T}^d).$$

Ушбу $H_0(K)$ функцияга кўпайтириш оператори кўзғалиши V бир ўлчамли чегараланган ўз-ўзига қўшма оператор бўлганлиги учун муҳим спектр турғунлиги ҳақидаги Вейл теоремасига асосан $H_\mu(K), K \in \mathbb{T}^d$ операторнинг муҳим спектри $H_0(K), K \in \mathbb{T}^d$ оператор муҳим спектри билан устма-уст тушади ва

$$\sigma_{ess}(H_\mu(K)) = \sigma(H_0(K)) = [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{max}(K)]$$

тўпламдан иборат бўлади. Бунда,

$$\mathcal{E}_{\min}(K) = \min_{p\in\mathbb{T}^d}\mathcal{E}_K(p) = \mathcal{E}_K(p(K)) = (1+\gamma)d - \sum_{i=1}^{d}\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)} + \gamma^2},$$

$$\mathcal{E}_{\max}(K)=\max_{p\in\mathbb{T}^d}\mathcal{E}_K(p)=\mathcal{E}_K(\vec{\pi}+p(K))=(1+\gamma)d+\sum_{i=1}^{d}\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)}+\gamma^2}$$

$$p(K)=(p(K^{(1)}),\ldots,p(K^{(d)})),$$

$$p(K^{(i)})=\arcsin\frac{\gamma\sin K^{(i)}}{\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)}+\gamma^2}},\ K^{(i)}\in\mathbb{T}^1,\ i=1,\ldots,d.$$

1-эслатма. Кейинги ўринларда $\gamma\neq 1$ ва $d\geq 3$ деб фараз қиламиз. Агар $\gamma=1$ ва $K=\vec{\pi}=(\pi,\ldots,\pi)\in\mathbb{T}^d$ бўлса, $H_\mu(K)$ операторнинг $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектри айнийди, яъни $\{\mathcal{E}_{min}(\vec{\pi})=\mathcal{E}_{max}(\vec{\pi})=2d\}$ бўлади. Шунинг учун $H_\mu(K)$ операторнинг муҳим спектри $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d$ да абсолют узлуксиз эмас.

$\mathbb{C}-$ комплекс сонлар тўплами бўлсин. Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d$ учун $\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)]$ тўпламда $\nu(K,\cdot)$ аналитик функцияни қуйидагича аниқлаймиз:

$$\nu(K,z)=\frac{1}{(2\pi)^d}\int_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{z-\mathcal{E}_K(q)}.$$

1-лемма. $K\in\mathbb{T}^d$ бўлсин. У ҳолда

$$\lim_{z\to\mathcal{E}_{\max}(K)}\nu(K,z)<+\infty$$

мавжуд, ҳамда

$$\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\frac{1}{(2\pi)^d}\int_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{\mathcal{E}_{\max}(K)-\mathcal{E}_K(q)}$$

функция $\mathbb{T}^d$ да аналитик бўлади.

Ушбу $V^{\frac{1}{2}}$ оператор V мусбат операторнинг квадрат илдизи бўлсин. Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d$ учун

$$\frac{\mu}{(2\pi)^d}\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))$$

ядроли

$$G_{\mu,\gamma}(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(\mathcal{E}_{\max}(K)-H_0(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}},$$

Бирман-Швингер интеграл операторини аниқлаймиз.

1-таъриф. $d=3{,}4$ бўлсин. Агар 1 сони

$$G_{\mu}(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(\mathcal{E}_{\max}(K)-H_0(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}}$$

операторнинг хос қиймати бўлиб, мос ψ хос функция $(V^{1/2}\psi)(\vec{\pi}+p(K))\neq 0$ шартни қаноатлантирса ($(V^{1/2}\psi)(\vec{\pi}+p(K))=1$ фараз қилиш мумкин),

$H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг юқори бўсағаси ($z=\mathcal{E}_{\max}(K)$) да виртуал сатҳга эга дейилади.

Ушбу $\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))$ белгилашни киритиб, ихтиёрий $\mu>0$ учун

$$M_<(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d:1-\mu\nu(K)<0\},$$
$$M_=(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d:1-\mu\nu(K)=0\},$$
$$M_>(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d:1-\mu\nu(K)>0\}$$

тўпламларни аниқлаймиз.

Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d$ ва $z\in\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)]$ учун $H_\mu(K)$ операторга мос Фредгольм детерминантини қуйидагича аниқлаймиз

$$\Delta_\mu(K,z)=1-\mu\nu(K,z).$$

Айтиб ўтиш керакки, $\mathbb{T}^d\times(\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)]).$ да $\Delta_\mu(K,z)$ функция ҳақиқий аналитик бўлади.

2-лемма. а) Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ ва $z\geq\mathcal{E}_{max}(0)$ учун $\nu(0,z)>\nu(K,z)$ тенгсизлик ўринли.

b) $\mu=\dfrac{1}{\nu(0)}$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ учун $\Delta_\mu(K,\mathcal{E}_{\max}(0))>0$ тенгсизлик ўринли.

1-теорема. а) Агар $0<\mu<1/\nu(\vec{\pi})$ бўлса, у ҳолда $M_<(\mu)=\varnothing$, $M_=(\mu)=\varnothing,\ \ M_>(\mu)=\mathbb{T}^d.$

b) Агар $\mu=1/\nu(\vec{\pi})$ бўлса, у ҳолда $M_<(\mu)=\varnothing,$ $M_=(\mu)=\{\vec{\pi}\},$ $M_>(\mu)=\mathbb{T}^d\setminus\{\vec{\pi}\}.$

c) Агар $1/\nu(\vec{\pi})<\mu<1/\nu(0)$ бўлса, у ҳолда $M_<(\mu),$ $M_=(\mu)$ ва $M_>(\mu)$ тўпламлар бўш эмас.

d) Агар $\mu=1/\nu(0)$ бўлса, у ҳолда $M_<(\mu)=\mathbb{T}^d\setminus\{0\},$ $M_=(\mu)=\{0\}$ ва $M_>(\mu)=\varnothing.$

e) Агар $\mu>1/\nu(0)$ бўлса, у ҳолда $M_<(\mu)=\mathbb{T}^d$, $M_=(\mu)=\varnothing,$ $M_>(\mu)=\varnothing.$

2-Теорема. а) $\mu>0$ ва $K\in M_<(\mu)$ бўлсин. У ҳолда $H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрдан ўнгда ягона $E_\mu(K)$ хос қийматга эга. Мос хос функция

$$\psi_{\mu,K}(\cdot)=\frac{\mu\cdot c}{E_\mu(K)-\mathcal{E}_K(\cdot)}\in L^2(\mathbb{T}^d),$$

бунда $c\neq0-$нормаллаштирувчи кўпайтувчи, ҳақиқий аналитик функция бўлади. Шу билан бирга $E_\mu(K)$ хос киймат $M_<(\mu)$ тўпламда хақиқий қийматли жуфт функция бўлади. $K\to\psi_{\mu,K}(\cdot)$ билан берилган $\psi_\mu:M_<(\mu)\to L^2(\mathbb{T}^d)$ акслантириш вектор қийматли аналитик акслантириш бўлади. Агар $0 < \mu \le \frac{1}{\nu(0)}$ бўлса, у холда $E_\mu(K), K \in M_<(\mu)$ хос қиймат учун $\mathcal{E}_{\max}(K) < E_\mu(K) < \mathcal{E}_{\max}(0)$ муносабат бажарилади. Агар $\mu > \frac{1}{\nu(0)} > 0$ бўлса, у ҳолда $E_\mu(K), K \in M_<(\mu) = \mathbb{T}^d, K \ne 0$ хос қиймат учун

$$\mathcal{E}_{\max}(K) < E_\mu(K) < E_\mu(0) \; ва \; \mathcal{E}_{\max}(0) < E_\mu(0)$$

тенгсизликлар бажарилади.

b) $\mu > 0$ ва $K \in M_=(\mu)$ бўлсин. Агар $d = 3,4$ бўлса, $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг $\mathcal{E}_{\max}(K)$ юқори бўсағаси $H_\mu(K)$ оператор учун виртуал сатҳ бўлади. Мос виртуал ҳолат

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_{\max}(K) - \mathcal{E}_K(\cdot)},$$

бунда $c \ne 0-$ нормаллаштирувчи кўпайтувчи, $L^1(\mathbb{T}^d) \setminus L^2(\mathbb{T}^d)$ тўпламга тегишли бўлади. Агар $d \ge 5$ ва $K \in M_=(\mu)$ бўлса, $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг $\mathcal{E}_{\max}(K)$ юқори бўсағаси $H_\mu(K)$ оператор учун хос қиймат бўлади. Мос хос функция

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_{\max}(K) - \mathcal{E}_K(\cdot)} \in L^2(\mathbb{T}^d),$$

кўринишга эга , бунда $c \ne 0-$нормаллаштирувчи кўпайтувчи.

c) $\mu > 0$ ва $K \in M_>(\mu)$ бўлсин. У ҳолда $H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрдан ўнгда хос қийматга эга эмас.

Диссертациянинг **«Панжарадаги икки заррачали гамильтонианнинг боғланган ҳолатлари ҳақида»** деб номланувчи учинчи бобида $d \ge 3$ ўлчамли $\mathbb{Z}^d$ панжарада ўзаро тортишувчи контакт потенциал ёрдамида таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос Шредингер оператори спектрал хоссаларини ўрганишга бағишланган.

Икки ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер оператори $L^2(\mathbb{T}^d)$ гильберт фазосида қуйидаги формула билан аниқланган:

$$H_\mu(K) = H_0(K) - \mu V, K \in \mathbb{T}^d.$$

Ихтиёрий $K \in \mathbb{T}^d$ учун $\mathbb{C} \setminus [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)]$ тўпламда $\nu(K,\cdot)$ аналитик функцияни қуйидагича аниқлаймиз:

$$\nu(K,z) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{\mathbb{T}^d} \frac{dq}{\mathcal{E}_K(q) - z}.$$

3-лемма. $K \in \mathbb{T}^d$ бўлсин. У ҳолда

$$\lim_{z \to \mathcal{E}_{\min}(K)} \nu(K,z) < +\infty$$

мавжуд, ҳамда

$$\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\frac{1}{(2\pi)^d}\int\limits_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{\mathcal{E}_K(q)-\mathcal{E}_{\min}(K)}$$

функция $\mathbb{T}^d$ да аналитик бўлади.

Ушбу $V^{\frac{1}{2}}$ оператор V мусбат операторнинг квадрат илдизи бўлсин. Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d$ учун

$$\frac{\mu}{(2\pi)^d}\nu(K,\mathcal{E}_{\min}(K))$$

ядроли

$$G_{\mu,\gamma}(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(H_0(K)-\mathcal{E}_{\min}(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}},$$

Бирман-Швингер интеграл операторини аниқлаймиз.

2-Таъриф. $d=3,4$ бўлсин. Агар 1 сони

$$G_{\mu}(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(H_0(K)-\mathcal{E}_{\min}(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}}$$

операторнинг хос қиймати бўлиб, мос ψ хос функция $(V^{1/2}\psi)(p(K))\neq 0$ шартни қаноатлантирса ($(V^{1/2}\psi)(p(K))=1$ фараз қилиш мумкин), $H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг қуйи бўсағаси ($z=\mathcal{E}_{\min}(K)$) да виртуал сатҳга эга дейилади.

4-лемма. a) Ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ ва $z\leq\mathcal{E}_{\min}(0)$ учун $\nu(0,z)>\nu(K,z)$ тенгсизлик ўринли.

b) $\mu=\dfrac{1}{\nu(0)}$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ учун $\Delta_\mu(K,\mathcal{E}_{\min}(0))>0$ тенгсизлик ўринли.

3-теорема. a) $\mu>0$ ва $K\in M_<(\mu)$ бўлсин. У ҳолда $H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрдан чапда ягона $E_\mu(K)$ хос қийматга эга. Мос хос функция

$$\psi_{\mu,K}(\cdot)=\frac{\mu\cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot)-E_\mu(K)}\in L^2(\mathbb{T}^d),$$

бунда $c\neq 0-$ нормаллаштирувчи кўпайтувчи, ҳақиқий аналитик функция бўлади. Шу билан бирга $E_\mu(K)$ хос қиймат $M_<(\mu)$ тўпламда хақиқий қийматли жуфт функция бўлади. $K\to\psi_{\mu,K}(\cdot)$ билан берилган $\psi_\mu:M_<(\mu)\to L^2(\mathbb{T}^d)$ акслантириш вектор қийматли аналитик акслантириш бўлади. Агар $0<\mu\leq\dfrac{1}{\nu(0)}$ бўлса, у ҳолда $E_\mu(K),K\in M_<(\mu)$ хос қиймат учун $\mathcal{E}_{min}(0)<E_\mu(K)<\mathcal{E}_{min}(K)$ муносабат бажарилади. Агар $\mu>\dfrac{1}{\nu(0)}>0$

бўлса, у ҳолда $E_\mu(K), K \in M_<(\mu) = \mathbb{T}^d, K \neq 0$ хос қиймат учун

$$E_\mu(0) < E_\mu(K) < \mathcal{E}_{min}(K) \text{ ва } E_\mu(0) < \mathcal{E}_{min}(0).$$

тенгсизликлар бажарилади.

b) $\mu > 0$ ва $K \in M_=(\mu)$ бўлсин. Агар $d = 3,4$ бўлса, $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг $\mathcal{E}_{\min}(K)$ қуйи бўсағаси $H_\mu(K)$ оператор учун виртуал сатҳ бўлади. Мос виртуал ҳолат

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot) - \mathcal{E}_{\min}(K)},$$

бунда $c \neq 0-$ нормаллаштирувчи кўпайтувчи, $L^1(\mathbb{T}^d) \setminus L^2(\mathbb{T}^d)$ тўпламга тегишли бўлади. Агар $d \geq 5$ ва $K \in M_=(\mu)$ бўлса, $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрнинг $\mathcal{E}_{\min}(K)$ қуйи бўсағаси $H_\mu(K)$ оператор учун хос қиймат бўлади. Мос хос функция

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot) - \mathcal{E}_{\min}(K)} \in L^2(\mathbb{T}^d)$$

кўринишга эга, бунда $c \neq 0-$нормаллаштирувчи кўпайтувчи.

c) $\mu > 0$ ва $K \in M_>(\mu)$ бўлсин. У ҳолда $H_\mu(K)$ оператор $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ муҳим спектрдан чапда хос қийматга эга эмас.

ХУЛОСА

Диссертация иши панжарадаги ўзаро контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим ва дискрет спектрларини тадқиқ килишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ўлчами $d \geq 3$ бўлган панжарада ўзаро итаришувчи $(\mu > 0)$ контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим спектрдан ўнгда хос қиймати мавжудлиги исботланган ва унга мос хос функциянинг аниқ кўриниши топилиб регуляр функция эканлиги кўрсатилган.

2. Ўлчам $d = 3{,}4$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағасида дискрет Шредингер оператори виртуал сатҳга эга эканлиги исботланган ва виртуал ҳолатнинг интегралланувчи функция эканлиги кўрсатилган.

3. Квазиимпульснинг берилган қийматида виртуал сатҳга эга бўлган таъсир энергияси қийматлари топилган ва таъсир энергиясининг берилган қийматида система квазиимпульслари Шредингер операторининг хос қиймати мавжуд бўладиган ёки мавжуд бўлмайдиган ҳамда виртуал сатҳга эга бўладиган тўпламларга ажратилган.

4. Ўлчам $d \geq 5$ бўлганда муҳим спектрнинг юқори бўсағаси дискрет Шредингер операторининг хос қиймати бўлиши кўрсатилган.

5. Ўлчами $d \geq 3$ бўлган панжарада ўзаро тортишувчи контакт таъсирлашувчи иккита ихтиёрий заррачали системага мос дискрет Шредингер операторининг муҳим спектрдан чапда хос қиймати мавжудлиги исботланган ва унга мос хос функциянинг аниқ кўриниши топилиб регуляр функция эканлиги кўрсатилган.

6. Ўлчам $d = 3{,}4$ бўлганда муҳим спектрнинг қуйи бўсағасида дискрет Шредингер оператори виртуал сатҳга эга эканлиги исботланган ва виртуал ҳолатнинг интегралланувчи функция эканлиги кўрсатилган.

7. Ўлчам $d \geq 5$ бўлганда муҳим спектрнинг қуйи бўсағаси дискрет Шредингер операторининг хос қиймати бўлиши кўрсатилган.

SCIENTIFIC COUNCIL PHD.27.06.2017.FM.02.01 ON AWARDING ACADEMIC DEGREES AT THE SAMARKAND STATE UNIVERSIRY

SAMARKAND STATE UNIVERSIRY

ULASHOV SOBIR SAXIBJANOVICH

DISCRETE SPECTRUM OF THE SCHRÖDINGER OPERATORS ASSOCIATED TO A SYSTEM OF TWO ARBITRARY PARTICLES ON LATTICE

01.01.01 – mathematical analysis

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Samarkand – 2017

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.2.PhD/FM54

Dissertation has been prepared at Samarkand State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the «Ziyonet» Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Lakaev Saidahmat Norjigitovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Xalmuxamedov Alimjan Raximovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Botirov G'olib Isroilovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Qarshi State University**

Defense will take place «____» _____________2017 at _____ at the meeting of Scientific Council number PhD.27.06.2017.FM.02.01 at Samarkand State University. (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32, fax: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Samarkand State University (is registered №____) (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2017 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2017 year)

A.S. Soleev
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

A.M. Xalxujayev
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

I.A.Ikromov
Vice-chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

Actuality and demand of the theme of dissertation. Numerous scientific and applied research conducted on a global level show that everywhere in physics stable complex objects are usually formed as a result of action of attractive forces that allow the component parts to reduce the energy in their binding. However, recent years scientists have proved that in the ordered medium stable complex objects can exist even in the case of repulsive interactions. Bose-Hubbard model is used to describe the repulsive pairs, i.e. Schrödinger operator on a lattice is the theoretical basis of experimental observations and theoretical basis for the application. Therefore, the development of research of Schrödinger operators corresponding Hamiltonians of the systems of particles on a lattice, which are found in models of solid state physics and lattice field theory is one of the priorities.

Since the spectrum of the Schrödinger operators associated to the systems of two quantum particles on lattice is quite sensitive to changes in the quasi-momentum of the system, solving problems related to studies of the spectrum of the operator and to show the existence of bound states as well as determine their number plays an important role . In this regard, the implementation of targeted investigation in the following areas is one of the most important problems: investigate the discrete spectrum of the Schrödinger operator corresponding to a system of two arbitrary particles with short-range pair potentials on lattice, to establish the threshold phenomenon below the bottom or above the top essential spectrum for the operator. Research carried out in the aforementioned areas confirms the actuality of the dissertation topic.

In our country in the years of independence much attention has been paid to directions of applied importance, in particular, special attention was paid to the study of Schrödinger operators corresponding to the system of particles on an integer lattice. For the Schrödinger operators significant results were achieved in determining the conditions for the existence of bound states which is located outside of the essential spectrum and for their number. Research in priority areas of Mathematics, at the level of international standards in mathematics, physics, applied mathematics, outlined the main tasks and activities деятельности[1].. The development of quantum field theory and the spectral theory of linear operators plays an important role in the execution of the decision.

This dissertation, to some extent, serves the tasks specified in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan № DP-916 dated July 15, 2008 «Encouraging the introduction of innovative projects and technologies in production», № DP -2789 dated February 17, 2017 «On measures to further improve the organization, management and financing of research activities and

[1] Decision of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan № 292 dated May 18, 2017 «On measures to organize the activities of the newly established scientific research institutions of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan»

activities of the Academy of Sciences» and № DP -4947 dated February 8, 2017 «On strategy actions for the further development of the Republic of Uzbekistan», as well as in other normative-legal acts on this activity.

Dependence of research to priority directions of development of science and technologies of the republic. This study was performed in accordance with the Republic of Uzbekistan IV priority areas of science and technology. «Mathematics, Mechanics and Computer Science».

The degree of scrutiny of the problem. The basic problems of atomic and molecular physics, solid state physics, quantum field theory are reduced to the study of Schrödinger operators. The most comprehensive overview of the results in this field is contained in scientific work of M. Reed and B. Simon. The Schrödinger operators corresponding to systems of particles on a lattice were first studied by scientists D.S. Mattis, A.I Mogilner. In studying the Schrödinger operator on lattice in the mathematical sense arises the same problems as in the case of continuous Schrödinger operator. Namely, it is necessary to study the one, two, three and etc. particle Schrödinger operators.

For continuous and discrete Schrödinger operators, as well as a generalized Friedrichs model the problems of the existence of a discrete spectrum and defining of phenomenon on the threshold value of the coupling constant as well as expansion for the eigenvalue on neighborhood of continuous spectrum were studied by scientists M. Clausen B. Simon, G.M. Graf, D. Schenker, R.A. Faria da Veiga, E.L. Lakshtanov, R.A. Minlos, S.N. Lakaev, K. Makarov.

It is known that with the decrease of the coupling constant, the energy of the bound state of the two-particle Schrödinger operator approaches to the edge of the continuous spectrum, and in finite value of the coupling constant gets to the edge. The problem about the correspondence to this threshold value a bound state or a virtual level is studied in the works of D.R. Yafaeva, J. Rauch, B. Simon, M. Klaus and S. N. Lakaev.

In the work of S.N. Lakaev for two-particle discrete Schrödinger operators $H_{\mu}(k) = H_0(k) + \mu V, k \in \mathbb{T}^3$ associated to a system of two bosons interacting with the pair short-range potential, the threshold effect of the quasi-momentum is studied, that if for some value of $\mu = \mu_0 < 0$ the nonnegative operator $H_{\mu_0}(0)$ has a virtual level on the left threshold of the essential spectrum, then for all nonzero values of the quasi-momentum the operator $H_{\mu_0}(k)$ has one eigenvalue lying below the bottom of essential spectrum.

In the work of S. Albeverio, S.N. Lakaev, K. Makarov and Z.E. Muminova for two-particle Schrödinger operators, associated to a system of two arbitrary particles on a lattice $\mathbb{Z}^d, d \geq 3$ interacting with pairwise short-range potentials is found conditions for the existence of eigenvalues, depending on the dispersion functions. Two-particle discrete Schrödinger operators, corresponding to a system of two quantum particles moving on a $d \geq 3$ dimensional lattice $\mathbb{Z}^d$ interacting with the pair attractive contact potentials are considered in the work of S.N. Lakaev, Sh.Yu.Kholmatov, A.Khalkhuzhayev and Sh.S.Lakaev. The existence of unique eigenvalue lying to the left of essential spectrum is proved and asymptotics are found for the eigenvalue depending on the quasi-momentum and the coupling constant.

The connection of the topic of the dissertation with the research work of the higher educational institution, in which the dissertation is carried out.

The dissertation work is done in accordance with the planned theme of scientific research "Spectral analysis of Hamiltonian of a systems with non-conserved limited number of particles on lattice" (F4-FA-F079, Samarkand State University, 2012-2016); "Models of systems with a limited number of particles on a lattice. Essential and discrete spectra of energy operators" (OT-F4-66, Samarkand State University, 2017).

The aim of the research is to study location of essential and discrete spectra as well as the number of eigenvalues of the Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact potential on lattice.

Research tasks:

to prove the existence of eigenvalue locsted to the right or left of essential spectrum of discrete Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact repulsive or attractive potential on $d \geq 3$ dimensional lattice and to prove regularity of corresponding eigenfunction finding its exact form;

to prove that the discrete Schrödinger operator has virtual level at the right edge or at the left edge of essential spectrum if the dimension is $d = 3,4$ and to establish that the virtual state is integrable;

to define for the fixed value of quasi-momentum the values of coupling constant which the operator has virtual level and for the fixed value of coupling constant to separate the set of quasimomentum which the operator has eigenvalue or has not eigenvalue or has a virtual level.

to show that the right edge or left edge of essential spectrum is eigenvalue of the Schrödinger operator if the dimension is $d \geq 5$.

The research object. The Hamiltonian and system of two arbitrary particles on lattice interacting via a pair contact potential.

The research subject. Spectral study of two-particle Schrödinger operators associated to systems of two arbitrary particles on lattice.

Research methods. In the research used the general methods of mathematical analysis and the theory of complex analysis, as well as the spectral theory of self-adjoint operators, including the Birman-Shvinger principle.

The scientific novelty of the research is as follows:

it is proven the existence of eigenvalue located to the right or to the left of essential spectrum of discrete Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact repulsive or attractive potential on $d \geq 3$ dimensional lattice and it is proven regularity of corresponding eigenfunction finding its exact form;

it is proven that the discrete Schrödinger operator has virtual level at the right edge or at the left edge of essential spectrum if the dimension is $d = 3{,}4$ and it is established that the virtual state is integrable;

it is defined for the fixed value of quasi-momentum the values of coupling constant which the operator has virtual level and for the fixed value of coupling constant it is separated the set of quasimomentum which the operator has eigenvalue or has not eigenvalue or has a virtual level;

it is shown that the right edge or left edge of essential spectrum is eigenvalue of the Schrödinger operator if the dimension is $d \geq 5$.

Practical results of the research consists in the possibility of using the findings of the analyticity of bound states in the study of qualitative properties of experimental observations in solid state physics and quantum mechanics.

The reliability of the results of the research based on using the methods of mathematical analysis, mathematical physics, functional analysis and complex analysis, as well as the rigor of mathematical reasoning.

The scientific and practical significance of the research results. The scientific value of the results of the study lies in the fact that they can be used in the spectral theory of self-adjoint operators, quantum mechanics, solid state physics, quantum field theory, in particular, solutions of problems related to the spectrum of Hamiltonians of systems of two and three particles on a lattice. The practical significance of the dissertation work is determined by the fact that the scientific results obtained in this work can serve as a theoretical basis of experimental observations, carried out in solid-state physics and quantum mechanics.

Implementation of the research results. the analyticity of eigenfunction of the Schrödinger opertor associated to a system of two arbitrary particles on lattice was used in leading journals (Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346; Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402) in order to find spectrum of the Schrödinger operator associated to the three particle system. Using scientific result enabled to prove existence analyticity of eigenfunction of considering operator;

the dependence on quasi-momentum of eigenvalue of the Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact repulsive potential on lattice was used in leading journals (Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346) in order to show the existence of eigenvalue of the Schrödinger operator associated to the system of two identical particles interacting via contact potential. Using scientific result enabled to prove the result of positivity of eigenvalue of considering operator.

Approbation of the research results. The results of this research were discussed at 4 international and 2 republican scientific and practical conferences.

Publications of the research results. 10 scientific works were published on the topic of the dissertation, 4 of them are published in journals included in the list of scientific publications proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the protection of doctoral dissertations, including 1 published in foreign and 3 in national scientific journals.

The volume and structure of the dissertation. The dissertation work consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 93 pages.

MAIN CONTENT OF DISSERTATION

In the introduction is given the actuality and relevance of the thesis topics, determined the appropriate research priority areas of science and technology of the Republic, presented a review of international research on the theme of the dissertation and the degree of scrutiny of the problem, formulated goals and objectives, identified the object and subject of study, scientific novelty and practical results of the research are stated, revealed the theoretical and practical importance of the obtained results, information on the implementation of the research results about the published works and the structure of dissertation are given.

In the first chapter of the dissertation called **«Decomposing into a direct Von Neumann integral of the Hamiltonian of two particle system»** is given basic notions and results including the necessary theorems of spectral theory of bounded self-adjoint operators in order to describe main results and the Hamiltonian of the system two arbitrary particles in coordinate and momentum representation are considered as bounded self-adjoint operator in corresponding Hilbert space. Determining two particle quasi-momentum, the Hamiltonian of system of the two arbitrary particles is decomposed into a direct Von Neumann integral. As a result, studying spectral properties of the Hamiltonian of the two particle system is reduced to study fiber operators, i.e. investigating spectral properties of the discrete Schrödinger operators.

In the second chapter of the dissertation called **«Existence and analyticity of bound states of a two particle Schrödinger operator on a lattice»** is considered two particle Schrödinger operator corresponding to system of two arbitrary particles on $d \geq 3$ dimensional lattice $\mathbb{Z}^d$ interacting via a pair contact potential. Depending on repulsive coupling constant and two particle quasi-momentum the existence of unique eigenvalue located to the right of essential spectrum of considering operator is studied. It is proven the anlyticity of the corresponding eigenfunction and the analyticity of the eigenvalue and the eigenfunction as function of the quasi-momentum in the domain of their existence.

We consider the strict mathematical description of Chapter II. Let $\mathbb{T}^d$ be the

$d-$dimensional torus, i.e, the cube $(-\pi,\pi]^d$ with properly identified opposite faces. Two particle Schrödinger operator corresponding to a system of two particles interacting via a pair contact potential acting in $L^2(\mathbb{T}^d)$ is defined by the formula:

$$H_\mu(K) = H_0(K) + \mu V, K \in \mathbb{T}^d.$$

The unperturbed operator $H_0(K)$ in $L^2(\mathbb{T}^d)$ is the operator of multiplication by the function $\mathcal{E}_K(\cdot)$:

$$(H_0(K) f)(q) = \mathcal{E}_K(q) f(q), \quad f \in L^2(\mathbb{T}^d),$$

where

$$\mathcal{E}_K(q) = \varepsilon(q) + \gamma\varepsilon(K-q)$$

with the function

$$\varepsilon(p) = \sum_{i=1}^{d}(1-\cos p^{(i)}), \quad p = (p^{(1)},\dots,p^{(d)}) \in \mathbb{T}^d,$$

$\gamma > 0$ is the ratio of mass of particles.

The interactiong (perturbation) operator V acts in $L^2(\mathbb{T}^d)$:

$$(Vf)(p) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{\mathbb{T}^d} f(q)dq, \quad f \in L^2(\mathbb{T}^d).$$

The perturbation V of the multiplication operator $H_0(K)$ is a one-dimensional bounded self-adjoint operator. It follows from the Weyl's theorem on the preservation of the essential spectrum under a compact perturbation that the essential spectrum of $H_\mu(K), K \in \mathbb{T}^d$ coincides with the spectrum of $H_0(K), K \in \mathbb{T}^d$ and is given by an interval:

$$\sigma_{ess}(H_\mu(K)) = \sigma(H_0(K)) = [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)],$$

where

$$\mathcal{E}_{\min}(K) = \min_{p\in\mathbb{T}^d} \mathcal{E}_K(p) = \mathcal{E}_K(p(K)) = (1+\gamma)d - \sum_{i=1}^{d}\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)} + \gamma^2},$$

$$\mathcal{E}_{\max}(K) = \max_{p\in\mathbb{T}^d} \mathcal{E}_K(p) = \mathcal{E}_K(\vec{\pi} + p(K)) = (1+\gamma)d + \sum_{i=1}^{d}\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)} + \gamma^2}$$

$$p(K) = (p(K^{(1)}),\dots, p(K^{(d)})),$$

$$p(K^{(i)}) = \arcsin\frac{\gamma\sin K^{(i)}}{\sqrt{1+2\gamma\cos K^{(i)}+\gamma^2}},\ K^{(i)}\in\mathbb{T}^1,\ i=1,\dots,d.$$

Remark 1. Everywhere in what follows, we assume that $\gamma\neq 1$ and $d\geq 3$. For $\gamma=1$ and $K=\vec{\pi}=(\pi,\dots,\pi)\in\mathbb{T}^d$, the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ of $H_\mu(K)$ degenerates, i.e., shrinks to a point $\{\mathcal{E}_{min}(\vec{\pi})=\mathcal{E}_{max}(\vec{\pi})=2d\}$ and the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ of $H_\mu(K)$ is therefore not absolutely continuous for all $K\in\mathbb{T}^d$.

Let $\mathbb{C}$ be the complex plane. For any $K\in\mathbb{T}^d$, we define the analytic function $\nu(K,\cdot)$ in $\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)]$ as

$$\nu(K,z)=\frac{1}{(2\pi)^d}\int_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{z-\mathcal{E}_K(q)}.$$

Lemma 1. Let $K\in\mathbb{T}^d$. Then there exists the limit

$$\lim_{z\to\mathcal{E}_{\max}(K)}\nu(K,z)<+\infty.$$

Moreover, the equality

$$\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\frac{1}{(2\pi)^d}\int_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{\mathcal{E}_{\max}(K)-\mathcal{E}_K(q)}$$

defines an analytic function on the torus $\mathbb{T}^d$.

Let $V^{\frac{1}{2}}$ be a square root of the positive operator V. We define the Birman-Schwinger operator

$$G_{\mu,\gamma}(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(\mathcal{E}_{\max}(K)-H_0(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}},$$

with the kernel

$$\frac{\mu}{(2\pi)^d}\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K)).$$

Definition 1. Let $d=3,4$. We say that the operator $H_\mu(K)$ has a virtual level at the right edge (at the point $z=\mathcal{E}_{\max}(K)$) of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ if the number 1 is a simple eigenvalue of the operator

$$G_\mu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(\mathcal{E}_{\max}(K)-H_0(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}}$$

and the corresponding eigenfunction ψ satisfies the condition

$(V^{1/2}\psi)(\vec{\pi}+p(K))\neq 0$. We can always assume that $(V^{1/2}\psi)(\vec{\pi}+p(K))=1$.

We introduce the notation $\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\max}(K))$ and for any $\mu>0$, we define the sets

$$M_{<}(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d : 1-\mu\nu(K)<0\},$$
$$M_{=}(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d : 1-\mu\nu(K)=0\},$$
$$M_{>}(\mu)=\{K\in\mathbb{T}^d : 1-\mu\nu(K)>0\}.$$

For any $K\in\mathbb{T}^d$ and $z\in\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)]$ the Fredholm determinant associated with the operator $H_\mu(K)$ is given by

$$\Delta_\mu(K,z)=1-\mu\nu(K,z).$$

We note that $\Delta_\mu(K,z)$ is a real-analytic function in $\mathbb{T}^d\times(\mathbb{C}\setminus[\mathcal{E}_{\min}(K),\mathcal{E}_{\max}(K)])$.

Lemma 2. a) For all $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ and $z\geq\mathcal{E}_{max}(0)$, the inequality $\nu(0,z)>\nu(K,z)$ holds.

b) Let $\mu=\dfrac{1}{\nu(0)}$. Then $\Delta_\mu(K,\mathcal{E}_{\max}(0))>0$ for any $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$.

Theorem 1. a) If $0<\mu<1/\nu(\vec{\pi})$, then $M_{<}(\mu)=\varnothing$, $M_{=}(\mu)=\varnothing$ and $M_{>}(\mu)=\mathbb{T}^d$.

b) If $\mu=1/\nu(\vec{\pi})$, then $M_{<}(\mu)=\varnothing$, $M_{=}(\mu)=\{\vec{\pi}\}$ and $M_{>}(\mu)=\mathbb{T}^d\setminus\{\vec{\pi}\}$

c) If $1/\nu(\vec{\pi})<\mu<1/\nu(0)$, then the all sets $M_{<}(\mu)$, $M_{=}(\mu)$ and $M_{>}(\mu)$ are nonempty.

d) If $\mu=1/\nu(0)$, then $M_{<}(\mu)=\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$, $M_{=}(\mu)=\{0\}$ and $M_{>}(\mu)=\varnothing.$

e) If $\mu>1/\nu(0)$, then $M_{<}(\mu)=\mathbb{T}^d$, $M_{=}(\mu)=\varnothing$ and $M_{>}(\mu)=\varnothing.$

Theorem 2. a) Let $\mu>0$ and $K\in M_{<}(\mu)$. Then the operator $H_\mu(K)$ has a unique eigenvalue $E_\mu(K)$ located to the right of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$. The corresponding eigenfunction

$$\psi_{\mu,K}(\cdot)=\frac{\mu\cdot c}{E_\mu(K)-\mathcal{E}_K(\cdot)},$$

where $c\neq 0$ is a normalization factor, belongs to $L^2(\mathbb{T}^d)$ and is a real analytic function. Moreover, $E_\mu(K)$ is an even real-analytic function on $M_{<}(\mu)$. The map $\psi_\mu : M_{<}(\mu)\to L^2(\mathbb{T}^d)$ given by $K\to\psi_{\mu,K}(\cdot)$ is a vector-valued analytic map. If $0<\mu\leq\dfrac{1}{\nu(0)}$, then the eigenvalue $E_\mu(K)$ $E_\mu(K), K\in M_{<}(\mu)$ satisfies the inequalities $\mathcal{E}_{\max}(K)<E_\mu(K)<\mathcal{E}_{\max}(0)$; if $\mu>\dfrac{1}{\nu(0)}>0$, then the eigenvalue

$E_\mu(K), K \in M_<(\mu) = \mathbb{T}^d, K \neq 0$ satisfies the inequalities

$$\mathcal{E}_{\max}(K) < E_\mu(K) < E_\mu(0) \textit{ and } \mathcal{E}_{\max}(0) < E_\mu(0).$$

b) Let $\mu > 0$ and $K \in M_=(\mu)$. For $d = 3,4$ the right edge $\mathcal{E}_{\max}(K)$ of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ is a virtual level of $H_\mu(K)$. The corresponding virtual state

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_{\max}(K) - \mathcal{E}_K(\cdot)},$$

where $c \neq 0$ is normalization factor, belongs to $L^1(\mathbb{T}^d) \setminus L^2(\mathbb{T}^d)$. For $d \geq 5$ and $K \in M_=(\mu)$, the right edge $\mathcal{E}_{\max}(K)$ of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ is an eigenvalue of $H_\mu(K)$. The corresponding eigenfunction has the form

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_{\max}(K) - \mathcal{E}_K(\cdot)} \in L^2(\mathbb{T}^d),$$

where $c \neq 0$ is a normalization factor.

c) Let $\mu > 0$ and $K \in M_>(\mu)$. Then the operator $H_\mu(K)$ has no eigenvalues located to the right of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$.

In the third chapter of the dissertation called **«On bound states of the two particle Hamiltonians on lattices»** is devoted to study spectral properties of two particle Schrödinger operator corresponding to system of two arbitrary particles on $d \geq 3$ dimensional lattice $\mathbb{Z}^d$ interacting via a pair contact attractive potential.

Two particle Schrödinger operator corresponding to a system of two arbitrary particles acting in $L^2(\mathbb{T}^d)$ is defined by the formula:

$$H_\mu(K) = H_0(K) - \mu V, K \in \mathbb{T}^d.$$

For any $K \in \mathbb{T}^d$, we define the analytic function $\nu(K,\cdot)$ in $\mathbb{C} \setminus [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)]$ as

$$\nu(K,z) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{\mathbb{T}^d} \frac{dq}{\mathcal{E}_K(q) - z}.$$

Lemma 3. Let $K \in \mathbb{T}^d$. Then there exists the limit

$$\lim_{z \to \mathcal{E}_{\min}(K)} \nu(K,z) < +\infty.$$

Moreover, the equality

$$\nu(K)=\nu(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\frac{1}{(2\pi)^d}\int\limits_{\mathbb{T}^d}\frac{dq}{\mathcal{E}_K(q)-\mathcal{E}_{\min}(K)}$$

defines an analytic function on the torus $\mathbb{T}^d$.

Let $V^{\frac{1}{2}}$ be a square root of the positive operator V. We define the Birman-Schwinger operator

$$G_{\mu,\gamma}(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(H_0(K)-\mathcal{E}_{\min}(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}},$$

with the kernal

$$\frac{\mu}{(2\pi)^d}\nu(K,\mathcal{E}_{\min}(K)).$$

Definition 2. Let $d=3,4$. We say that the operator $H_\mu(K)$ has a virtual level at the left edge (at the point $z=\mathcal{E}_{\min}(K)$) of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ if the number 1 is a simple eigenvalue of the operator

$$G_\mu(K,\mathcal{E}_{\min}(K))=\mu V^{\frac{1}{2}}(H_0(K)-\mathcal{E}_{\min}(K))^{-1}V^{\frac{1}{2}}$$

and the corresponding eigenfunction ψ satisfies the condition $(V^{1/2}\psi)(p(K))\neq 0$. We can always assume that $(V^{1/2}\psi)(p(K))=1$.

Lemma 4. a) For all $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$ and $z\leq\mathcal{E}_{\min}(0)$ the inequality $\nu(0,z)>\nu(K,z)$ holds.

b) Let $\mu=\dfrac{1}{\nu(0)}$. Then $\Delta_\mu(K,\mathcal{E}_{\min}(0))>0$ for any $K\in\mathbb{T}^d\setminus\{0\}$.

Theorem 3. a) Let $\mu>0$ and $K\in M_<(\mu)$. Then the operator $H_\mu(K)$ has a unique eigenvalue $E_\mu(K)$ located to the left of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$. The corresponding eigenfunction

$$\psi_{\mu,K}(\cdot)=\frac{\mu\cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot)-E_\mu(K)},$$

where $c\neq 0$ is a normalization factor, belongs to $L^2(\mathbb{T}^d)$ and is a real analytic function. Moreover, $E_\mu(K)$ is an even real-analytic function on $M_<(\mu)$. The map $\psi_\mu: M_<(\mu)\to L^2(\mathbb{T}^d)$ given by $K\to\psi_{\mu,K}(\cdot)$ is a vector-valued analytic map. If $0<\mu\leq\dfrac{1}{\nu(0)}$, then the eigenvalue $E_\mu(K), K\in M_<(\mu)$ satisfies the inequalities $\mathcal{E}_{min}(0)<E_\mu(K)<\mathcal{E}_{min}(K)$; if $\mu>\dfrac{1}{\nu(0)}>0$, then the eigenvalue $E_\mu(K), K\in M_<(\mu)=\mathbb{T}^d, K\neq 0$ satisfies the inequalities

$$E_\mu(0) < E_\mu(K) < \mathcal{E}_{min}(K) \text{ and } E_\mu(0) < \mathcal{E}_{min}(0).$$

b) Let $\mu > 0$ and $K \in M_=(\mu)$. For $d = 3,4$ the left edge $\mathcal{E}_{\min}(K)$ of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ is a virtual level of $H_\mu(K)$. The corresponding virtual state

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot) - \mathcal{E}_{\min}(K)},$$

where $c \neq 0$ is normalization factor, belongs to $L^1(\mathbb{T}^d) \setminus L^2(\mathbb{T}^d)$. For $d \geq 5$ and $K \in M_=(\mu)$, the left edge $\mathcal{E}_{\min}(K)$ of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$ is an eigenvalue of $H_\mu(K)$. The corresponding eigenfunction has the form

$$\psi_{\mu,K}(\cdot) = \frac{\mu \cdot c}{\mathcal{E}_K(\cdot) - \mathcal{E}_{\min}(K)} \in L^2(\mathbb{T}^d),$$

where $c \neq 0$ is a normalization factor.

c) Let $\mu > 0$ and $K \in M_>(\mu)$. Then the operator $H_\mu(K)$ has no eigenvalues located to the left of the essential spectrum $\sigma_{ess}(H_\mu(K))$.

CONCLUSION

The dissertation is devoted to study essential and discrete spectra of the two particle Schrödinger operator corresponding to system of two arbitrary particles on lattice interacting via a pair contact potential.

The main results of the research are as follows:

1. It is proven the existence of eigenvalue above the top of essential spectrum of discrete Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact repulsive $(\mu > 0)$ potential on $d \geq 3$ dimensional lattice and it is proven regularity of corresponding eigenfunction finding its exact form;

2. It is proven that the discrete Schrödinger operator has virtual level at the right edge of essential spectrum if the dimension is $d = 3,4$ and it is established that the virtual state is integrable;

3. it is defined for the fixed value of quasi-momentum the values of coupling constant which the operator has virtual level and for the fixed value of coupling constant it is separated the set of quasimomentum which the operator has eigenvalue or has not eigenvalue or has a virtual level;

4. It is shown that the right edge of essential spectrum is eigenvalue of the Schrödinger operator if the dimension is $d \geq 5$;

5. It is proven the existence of eigenvalue below the bottom of essential spectrum of discrete Schrödinger operator associated to a system of two arbitrary particles interacting via a pair contact attractive potential on $d \geq 3$ dimensional lattice and it is proven regularity of corresponding eigenfunction finding its exact form;

6. It is proven that the discrete Schrödinger operator has virtual level at the left edge of essential spectrum if the dimension is $d = 3,4$ and it is established that the virtual state is integrable;

7. It is shown that the left edge of essential spectrum is eigenvalue of the Schrödinger operator if the dimension is $d \geq 5$.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.27.06.2017.FM.02.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УЛАШОВ СОБИР САХИБЖАНОВИЧ

ДИСКРЕТНЫЙ СПЕКТР ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА, АССОЦИИРОВАННОГО С СИСТЕМОЙ ДВУХ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ НА РЕШЕТКЕ

01.01.01 – математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

г.Самарканд – 2017 год

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за№ B2017.2.PhD/FM54

Диссертация выполнена в Самаркандском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Лакаев Саидахмат Норжигитович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Халмухамедов Алимжан Рахимович** доктор физико-математических наук
	Ботиров Голиб Исроилович кандидат физико-математических наук
Ведущая организация:	**Каршинский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2017 года в ____ часов на заседании Научного совета PhD.27.06.2017.FM.02.01 при Самаркандском государственном университете. (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Самаркандского государственном университета (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2017 года.
(протокол рассылки №________ от «____» _______________2017 года).

А.С. Солеев
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

А.М. Халхужаев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

И.А.Икромов
Замиститель председателя научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Целью исследования является изучение местоположения существенных и дискретных спектров, а также числа собственных значений оператора Шрёдингера, соответствующего системе двух произвольных частиц, взаимодействующих с помощью парного контактного потенциала на решетке.

Объект исследования. Гамильтониан и система двух произвольных частиц на решетке, взаимодействующих через парный контактный потенциал.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

доказано существование собственного значения, лежащее правее или левее существенного спектра дискретного оператора Шредингера, соответствующего системе двух произвольных частиц, взаимодействующих с помощью парного контактного отталкивающего или притягивающего потенциала на $d \geq 3$ мерной решетке, и показано, что соответствующее собственное состояние является регулярной функцией;

доказано, что если $d = 3,4$, дискретный оператор Шредингера имеет виртуальный уровень на правом или на левом краю существенного спектра и установлено, что виртуальное состояние является интегрируемой функцией;

для фиксированного значения квазиимпульса определяется значение константы связи, в котором оператор имеет виртуальный уровень, а для фиксированного значения константы связи множество квазиимпульса разделяется на множества, в котором для оператора Шредингера существует или не существует собственного значения или имеющий виртуальный уровень;

показано, что если $d \geq 5$, правый край или левый край существенного спектра является собственным значением оператора Шредингера.

Внедрение результатов исследования.

аналитичность собственного состояния оператора Шрёдингера, ассоциированного с системой двух произвольных частиц на решетке, была использована в (Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346; Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402) для изучения спектра оператора Шрёдингера, связанного с системой трех частиц. Использование научного результата позволило доказать существования и аналитичность собственного состояния рассматриваемого оператора;

зависимость от квазиимпульса собственного значения оператора Шрёдингера, ассоциированного с системой двух произвольных частиц, взаимодействующих через парный контактный отталкивающий потенциал на решетке, была использована в (Theoretical and Mathematical Physics, 2014, Vol.178 № 3, 390-402; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2017, V.50, № 33, 121-134; Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2016, V.49, № 14, 336–346) чтобы показать существование собственного значения оператора Шрёдингера, ассоциированного с системой двух идентичных частиц, взаимодействующих через контактный потенциал. Использование научного результата позволило доказать положительности собственного значения рассматриваемого оператора.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 93 страницы.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I part; I часть)

1. Lakaev S.N., Ulashov S.S. Existence and analyticity of bound states of the two-particle Schrödinger operator on lattice // Theor. And Math.Phys., 170 (2012), No. 3, pp. 326-340. (Impact Factor Search. IF=0.984; No 39.)
2. Lakaev S.N., S.S.Ulashov. On bound states of the two particle Hamiltonians on lattices. // Uzbek Mathematical Journal. - Tashkent, 2012, -No. 2. - pp. 54-67 (01.00.00; No 6).
3. S.S. Ulashov. Estimates for the eigenvalues of two-particle Schrödinger operator // Uzbek Mathematical Journal. -Tashkent, 2015, -No. 3. - pp. 155-163. (01.00.00; No 6).
4. Лакаев С.Н., Халхужаев А.М., Улашов С.С. Научная школа математический анализ и его приложения к современной математической физике // Илмий Ахборотнома. -Самарқанд, 2017, № 4. 95-104 (01.00.00; No 2).

II бўлим (II part; II часть)

5. Lakaev N.S., Ulashov S.S. The existence of bound states and resonance states of the two particle Schrodinger operators on lattices // The second USA-Uzbekistan Conference on Analysis and Mathematical Physics. August 08-12, 2017, Urgench, Uzbekistan.
6. Lakaev S.N., Ulashov S.S. Bound States and Resonances of the Two Particle Discrete Schrödinger Operator on Lattices // International Seminar on Mathematics and Natural Sciences, p.36, Malaysia 2013.
7. Lakaev S.N., Ulashov S.S. Bound states and resonances of Schrödinger operator // Proceedings of the Scientific Republic Conference. Modern problems of applied mathematics and information technologies. - Al-Khorezmiy -2012.
8. Ulashov S.S. About bound states of the two particle Hamiltonians on lattices // Proceedings of the Scientific Republic Conference «Operational algebras and adjacent problems», Tashkent -2012, Uzbekistan.
9. Lakaev S.N., Ulashov S.S. The existence and analyticity of bound state of the discrete Schrödinger operators on lattice // Samarkand State University and Malaysian Mathematical Sciences Society Joint Mathematics Meeting, International training-seminars on mathematics (ITSM). p.166-168, Samarkand, Uzbekistan, 2011.
10. Ulashov S.S. The representation of Fredholm determinant on degenerate kernel. // Proceedings of the Scientific Republic Conference. Actual problems of mathematics and informatics. Samarkand, Uzbekistan, 2009.

Автореферaтнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари
«Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди.

Босишга рухсат этилди: 09.12.2017 йил
Бичими 60x44 $^{1}/_{16}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 2,2. Адади: 100. Буюртма: № 341.

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ»
Давлат унитар корхонасида чоп этилди.