САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

РУСТАМОВА МАСТУРА САМАДОВНА

ЯРИМ ФАЗОДА МАРТИНЕЛЛИ-БОХНЕР ИНТЕГРАЛИ ҲАҚИДА

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2018 йил

УДК: 517.55

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

РУСТАМОВА МАСТУРА САМАДОВНА

ЯРИМ ФАЗОДА МАРТИНЕЛЛИ-БОХНЕР ИНТЕГРАЛИ ҲАҚИДА

01.01.02 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2018 йил

Физика – математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.4.PhD/FM151 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Қарши Давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб–саҳифасида (www.samdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Худойберганов Гулмирза** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Имомқулов Севдиёр Акромович** физика-математика фанлари доктори
	Пренов Барлықбай Барақбаевич физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Урганч давлат университети**

Диссертация ҳимояси Самарқанд давлат университети ҳузуридаги PhD.27.06.2017.FM.02.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил «_____» ______ соат _____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 140104 Самарқанд ш. Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, 239-12-47, e-mail: patent@samdu.uz)

Диссертация билан Самарқанд давлат университетининг Ахборот ресурс марказида танишиш мумкин(______ рақам билан рўйхатга олинган). Манзил: 140104 Самарқанд ш. Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32.

Диссертация автореферати 2018 йил «______»_______ куни тарқатилади.
(2018 йил « _____» _________ даги _______ рақамли реестр баённомаси)

А. С. Солеев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

А.М. Халхўжаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

С.Н. Лақаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор, академик

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда кўп комплекс ўлчамли интеграл формулалар ва интеграл операторларни тадқиқ қилишга келтирилади. Кўп ўлчамли комплекс анализда интеграл формулалар кучли конструктив аппарат ҳисобланади ва муҳим татбиқларга эга. Кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида Мартинелли-Бохнер интеграл формуласи ҳар қандай соҳа учун универсал ядрога эга ва интеграл соҳанинг бутун чегараси бўйича ҳисобланадиган интеграл формуладир. Кўпгина олимларнинг ишларида бу формула чегараланган соҳаларда тадқиқ қилинган. Мартинелли-Бохнер интеграл формуласининг чегараланмаган соҳа – ярим фазодаги умумлашмасини топиш, ярим фазода Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг хос функциялари ва хос сонларини аниқлашга оид тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда кўпгина фанларнинг асосий йўналишлари бўйича илмий изланишлар олиб борилмоқда, шу жумладан, кўп ўлчамли комплекс фазода интеграл ифодаларни тадқиқ қилиш ва уларнинг татбиқларини ўрганиш кўп ўлчамли комплекс анализнинг долзарб масалалардан бири ҳисобланади. Бу интеграл формулалар чегарада берилган функцияларни аналитик давом эттириш шартларини аниқлашда, сингуляр интеграл операторларнинг чегаравий хоссаларини тадқиқ қилишда муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада Мартинелли-Бохнер интеграл формуласини чегараланмаган юқори ярим фазода тадқиқ қилиш; турли функционал фазолардан олинган функциялар учун мазкур интеграл формуланинг яқинлашувчилигини исботлаш ва уни ҳисоблаш формуласини топиш, унга мос интеграл операторнинг спектрини ярим фазода тадқиқ қилиш мақсадли илмий тадқиқотлар ҳисобланади.

Мустақиллик йилларида мамлакатимизда фундаментал фанлардан бири бўлган комплекс анализнинг амалий татбиққа эга бўлган долзарб йўналишларини тадқиқ қилишга эътибор кучайтирилди. Жумладан, комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида ва чегирмалар назариясида муҳим татбиқларга эга бўлган кўп ўлчамли комплекс фазодаги интеграл формулалар назариясини ривожлантиришга алоҳида эътибор қаратилди. Бу борада Мартинелли-Бохнер интеграли ва унга мос интеграл операторни ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. Математик анализ, комплекс анализ ва динамик тизимлар назарияси каби фанларнинг долзарб йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда интеграл формулаларни чегараланмаган соҳа-ярим фазода тадқиқ қилиш ва шу соҳаларда интеграл операторлар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сон қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909 сонли «Олий таълим тизими янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори ва 2017 йил 8 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Матинелли-Бохнер интеграл формуласини тадқиқ қилиш ўтган асрнинг етмишинчи йилларида ривожланди. Бу кўп ўлчамли комплекс анализда интеграллар назарияси усулларидан фойдаланила бошлангани билан боғлиқ. Коши-Фантаппъе ва Коппельман интеграл формулалари муваффақиятли татбиқ этилди. Ташқи дифференциал формалар учун Коппельман интеграл формуласи Мартинелли Бохнер формуласининг умумлашмаси ҳисобланади, чунки бу икки интеграл формуланинг ҳам ядроси Лаплас тенгламасининг фундаментал ечими ёрдамида қурилади. F.Hervey ва J.Lowson томонидан олинган комплекс плёнкаларни тоқ ўлчамли кўпхилликларга тортиш ҳақидаги натижанинг асосида ҳам Мартинелли-Бохнер интеграл ифодаси ётади. Б.М.Вайнсток эса Мартинелли-Бохнер формуласини узлуксиз функциялар учун исботлаган.

Ўтган асрнинг олтмишинчи йилларида Л.А.Айзенберг ва А.П.Южаков каби олимларнинг саъйи ҳаракатлари туфайли Красноярскда кўп ўлчамли комплекс анализ бўйича мактаб юзага келди ва унда интеграл формулалар назарияси ривожлантирилди. Мартинелли-Бохнер интеграл формуласи ва унинг татбиқлари шу мактабнинг Л.А.Айзенберг, Ш.А.Даутов, А.М.Кытманов ва бошқа вакиллари томонидан тадқиқ этилган. А.М.Кытмановнинг тадқиқотларида Мартинелли-Бохнер интегралини $\mathbb{C}^n$ даги бирлик шарда ҳисоблаш масаласи ўрганилган. G.M. Henkin ва J. Leiterer томонидан Мартинелли-Бохнер формуласи Штейн кўпхиллиги учун тадқиқ қилинган ва шундай соҳа учун формула олинган. Мартинелли-Бохнер интеграл формуласининг яна бир умумлашмаси Андреотте-Норге формуласидир. Мартинелли-Бохнер интеграл формуласи ва унинг татбиқлари Е.Л. Стаут, Лу Цикен, Чжун Тунде, В.Какичев, Е.Чирка, Г.Хенкин, А.Аронов, Ш.Ярмухамедов, Б.А. Шоимқулов, Н.Тарханов, Б.Б. Пренов, Д.Х. Джумабоев ва бошқа олимлар томонидан тадқиқ қилинган ва ривожлантирилган.

Сўнгги йилларда Мартинелли-Бохнер типидаги сингуляр интеграл операторларни ва потенциалларни (А.Кытманов, С.Мысливец, Н.Тарханов) чегараланган D соҳа чекли махсус нуқтага эга бўлган ҳол учун тадқиқ этиш, Мартинелли-Бохнер типидаги хосмас интегрални (А.М.Кытманов, Б.Б.Пренов и Н.Н.Тарханов) айрим соҳалар учун умумлаштириш, Сохоцкий-Племел теоремасининг аналоги ҳисобланган Мартинелли-Бохнер интегралининг сакраши ҳақидаги теоремани сингуляр қиррали соҳалар учун умумлаштириш (А.Кытманов, С.Мысливец, Н.Тарханов) бўйича изланишлар олиб борилмоқда. Кўп ўлчамли комплекс фазодаги интеграл формулалар ва уларнинг татбиқлари бўйича А.М.Кытманов, Н.Тарханов, А.Аронов, Ш.Даутов, Г.Хенкин, М.Аграновский, А.Шляпунов, Б.Шоимкулов, Б.Пренов, А.Кацунова, Д.Джумабоев ва бошқа олимлар тадқиқотлар олиб боришмоқда.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Қарши Давлат университетининг ОТ-Ф4-22 «Узлуксиз ва дискрет вақтли аниқ динамик системалар, қисмий интеграл операторлар спектрлари» (2017-2021 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади Мартинелли-Бохнер интегралини ярим фазода ҳисоблаш формуласини топиш, Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг хос функциялари ва хос сонларини ярим фазода тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

Мартинелли-Бохнер ядросининг ярим фазо чегарасидаги қийматини ҳисоблаш;

ярим фазода $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфдан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер интеграл формуласини исботлаш;

ярим фазода Мартинелли-Бохнер интегралининг $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфдан олинган функциялар учун ҳисоблаш формуласини исботлаш;

$L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун Мартинелли-Бохнер интеграл оператори спектрининг хоссаларини тадқиқ қилиш;

$L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг ярим фазода хос функциялари ва хос сонларини тадқиқ қилиш.

Тадқиқот объекти кўп ўлчамли комплекс фазодаги юқори ярим фазо, Мартинелли–Бохнер интеграл ифодаси ва унга мос Мартинелли–Бохнер операторидан иборат.

Тадқиқот предмети кўп ўлчамли комплекс юқори ярим фазода голоморф ва шу фазонинг чегарасида гармоник бўлган $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфларга тегишли комплекс ўзгарувчили функциялар.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида кўп ўлчамли комплекс анализ голоморф функцияларининг интеграл формулалари ва кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

$L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазодан олинган функциялар учун юқори ярим фазода Мартинелли–Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи топилган;

$L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазодан олинган функциялар учун юқори ярим фазода Мартинелли–Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи топилган;

Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфдан олинган функциялар учун юқори ярим фазода хос функциялари ва хос сонлари топилган;

Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун юқори ярим фазода хос функцияларга эга эмаслиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари: Мартинелли–Бохнер ядросининг n+1 ўлчамли комплекс фазо $\mathbb{C}^{n+1}$ нинг юқори ярим фазоси $\mathbb{C}^{n+1}_{+}$ нинг чегарасидаги қиймати ҳисобланганлиги, шу юқори ярим фазо $\mathbb{C}^{n+1}_{+}$да Мартинелли–Бохнер интегралининг $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазолардан олинган функциялар учун яқинлашувчи бўлиш шартлари топилганлиги, Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфдан олинган функциялар учун юқори ярим фазода хос функциялари ва хос сонлари топилганлиги, Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун юқори ярим фазода хос функцияларга эга эмаслиги исботланганлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги кўп комплекс ўзгарувчили голоморф функциялар назарияси интеграл формулалари усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазолардан олинган функциялар учун $\mathbb{C}^{n+1}_{+}$ да Мартинелли–Бохнер интегралининг яқинлашувчи бўлиш шартлари аниқланганлиги ва уларни ҳисоблаш формуласи топилганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти чегараланган соҳаларда ўринли бўлган Мартинелли-Бохнер интеграл формуласини ва операторини чегараланмаган соҳа – ярим фазода тадқиқ қилишда асос сифатида хизмат қилиши билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Ярим фазода Мартинелли- Бохнер интегралига оид олинган натижалар асосида:

юқори ярим фазода топилган Мартинелли-Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи 08-01-90250 рақамли «Аналитическое продолжение голоморфных и гармонических функций» номли грант лойиҳасида голоморф функцияларни аналитик давом эттиришда фойдаланилган (Сибир Федераль университетининг 2018 йил 5 мартдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши гармоник функцияларни аналитик давом эттириш имконини берган;

юқори ярим фазода топилган Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг хос сонлари ва хос функциялари 11-01-00852 рақамли «Многомерные вычеты в комплексном анализе, их применения в статистической физике и теориях разностных и дифференциальных уравнений» номли грант лойиҳасида комплекс анализда кўп ўлчамли чегирмаларнинг татбиқларида фойдаланилган (Сибир Федераль университетининг 2018 йил 5 мартдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши кўп ўлчамли чегирмаларни статистик физикага татбиқ этиш имконини берган;

ярим фазода Мартинелли-Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи ОТ-Ф1-116 рақамли «Аналитик давом эттириш ва функцияларнинг геометрик назарияси масалалари» номли грант лойиҳасида n-ўлчамли комплекс фазодаги чегараси силлиқ бўлмаган соҳалар учун Мартинелли-Бохнер интеграл формуласини тадқиқ қилишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2018 йил 20 февралдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши баъзи синфлардан олинган мероморф функциялар учун берилган кўринишдаги соҳада интеграл формула топиш имконини берган;

ярим фазода Мартинелли-Бохнер интеграли ва унга мос Мартинелли-Бохнер интеграл оператори учун таклиф этилган спектрал хоссалардан Ф-4-31 рақамли «Плюрипотенциаллар назарияси ва кўп ўлчамли анализда интеграл формулалар» номли грант лойиҳасида қирралари конуссимон сиртлар учун Мартинелли-Бохнер сингуляр интеграл оператори конормал символи учун асимптотик ёйилмани тадқиқ қилишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2018 йил 20 февралдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Зигел соҳалари учун интеграл формулалар ҳосил қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 9 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан, 1 та халқаро ва 8 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация тадқиқоти мавзуси бўйича жами 13 та илмий иш чоп этилган, шулардан Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 4 та, жумладан, 2 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 82 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Мартинелли-Бохнер интеграл формуласи ҳақида маълумотлар»** деб номланувчи биринчи бобда диссертациянинг асосий натижаларини баён қилишда зарур бўладиган бошланғич маълумотлар, асосий таърифлар, Мартинелли-Бохнер интеграл формуласи ҳақидаги муҳим теоремалар ва маълум натижалар келтирилган.

1.1-параграфда Мартинелли–Бохнер интеграл ифодаси ва унинг турли олимлар томонидан тадқиқ қилинган хоссалари ва татбиқлари баён қилинган.

n - ўлчамли комплекс фазо $\mathbb{C}^n$ ни қараймиз, унинг нуқталари $z=(z_1,...,z_n)$ кўринишдаги n та тартибланган комплекс сонлар жамланмасидан тузилган.

1-таъриф. Агар $D=\{z:\rho_j(z)<0,\ \ j=1,...,m\ \}$да ҳақиқий ўзгарувчили ρ_j функциялар D соҳанинг ёпиғи $\bar{D}$ нинг бирор атрофида C^1 синфга тегишли бўлиб, $j_1,...,j_s$ индексларнинг ихтиёрий жамланмаси учун $\{z:\rho_{j_1}(z)=...=\rho_{j_s}(z)=0\}$ тўпламда $d\rho_{j_1}\wedge...\wedge d\rho_{j_s}\neq 0$ шарт бажарилса, у ҳолда D соҳа чегараси бўлакли силлиқ соҳа дейилади, яъни чегараси ∂D бўлакли силлиқ соҳа деганда силлиқ полиэдрни тушунамиз.

1-теорема. (Мартинелли, Бохнер). Агар D соҳа $\mathbb{C}^n$ да чегараланган, чегараси бўлакли силлиқ, $f\in C(\bar{D})$ функция эса D да голоморф ва $[Mf](z)$ Мартинелли-Бохнера оператори бўлса, у ҳолда

$$[Mf](z)=\int_{\partial D} f(\varsigma)U(\varsigma,z)=\begin{cases} f(z),\ z\in D \\ 0,\ z\notin D\end{cases} \tag{1}$$

бўлади, бу ерда $U(\varsigma,z)$

$$U(\varsigma,z)=\frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n}\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{\bar{\varsigma}_k-\bar{z}_k}{|\varsigma-z|^{2n}}d\bar{\varsigma}[k]\wedge d\varsigma, \tag{2}$$

кўринишдаги $(n-1,n)$ типдаги ташқи дифференциал форма бўлиб, $d\varsigma=d\varsigma_1\wedge...\wedge d\varsigma_n$ ва $d\bar{\varsigma}[k]=d\bar{\varsigma}_1\wedge...d\bar{\varsigma}_{k-1}\wedge d\bar{\varsigma}_{k+1}\wedge...\wedge d\bar{\varsigma}_n$.

Бу дифференциал форма Мартинелли-Бохнер интеграл формуласининг ядроси бўлиб, у ς ўзгарувчи бўйича ёпиқдир, яъни $d_\varsigma U(\varsigma,z)=0$.

Ушбу кўп комплекс ўзгарувчили голоморф функциялар учун интеграл формуланинг муаллифлари Италия ва Германия олимларидир. Бу формула интеграл соҳанинг бутун чегараси буйича ҳисобланадиган биринчи кўп ўлчамли интеграл формуладир. Бу интеграл формула $\mathbb{C}^1$ даги Кошининг интеграл формуласи каби соҳанинг кўринишига боғлиқ бўлмаган универсал ядрога эга, аммо ундан фарқи $\mathbb{C}^n$ фазода $n>1$ бўлганда ядроси голоморф эмас гармоник функциядир.

1.2- параграфда Мартинелли–Бохнер интеграл ифодасини тадқиқ қилиш учун зарур бўлган таъриф ва тушунчалар, Мартинелли–Бохнер интеграл формуласининг баъзи умумлашмалари ва маълум фактлар келтирилган.

1.3- параграфда Мартинелли–Бохнер интеграл ифодасини $\mathbb{C}^n$ даги $B(0,1)$ бирлик шарда ҳисоблаш ва шу шарда Мартинелли–Бохнер интеграл операторининг спектрини тадқиқ қилиш бўйича олинган натижалар келтирилган.

Диссертациянинг **«Ярим фазода Мартинелли–Бохнер интегралини ҳисоблаш «** деб номланган иккинчи боби $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазолардан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер интеграл ифодасини ярим фазода ҳисоблаш формуласини топишга бағишланган.

Нуқталари $z=(z',z_{n+1})=(z_1,...,z_n,z_{n+1})$ бўлган $n+1$ ўлчамли комплекс фазо $\mathbb{C}^{n+1}$ ни қараймиз. Агар $z,w\in\mathbb{C}^{n+1}$ бўлса , у ҳолда

$$\langle z,\bar{w}\rangle = z_1\bar{w}_1+...+z_n\bar{w}_n+z_{n+1}\bar{w}_{n+1}, \text{ ва } |z|=\sqrt{\langle z,\bar{z}\,\rangle},$$

бунда $\bar{z}=(\bar{z}_1,...,\bar{z}_n,\bar{z}_{n+1})$.

Агар $z\in\mathbb{C}^{n+1}$ бўлса, у ҳолда

$$\operatorname{Re} z=(\operatorname{Re} z_1,...,\operatorname{Re} z_n,\operatorname{Re}\ z_{n+1})\in\mathbb{R}^{n+1},\quad \operatorname{Re} z_j=x_j,$$

ва

$$\operatorname{Im}\ z=(\ \operatorname{Im}\ z_1,...,\operatorname{Im}\ z_n,\operatorname{Im}\ z_{n+1})\in\mathbb{R}^{n+1},\quad \operatorname{Im} z_j=y_j,$$

бунда $z_j=x_j+iy_j,\quad j=1,...,n,n+1.$

$\mathbb{C}^{n+1}$ фазода йўналиш координаталар тартиби билан аниқланади:

$$(x_1,...,x_n,,x_{n+1}y_1,...,y_n,y_{n+1}).$$

Бу фазода ҳажм кўриниши dv қуйидагича бўлади:

$$dv=dx_1\wedge...\wedge dx_{n+1}\wedge dy_1\wedge...\wedge dy_{n+1}=dx\wedge dy=$$

$$=(i/2)^{n+1}dz\wedge d\bar{z}=(-i/2)^{n+1}d\bar{z}\wedge dz\quad,$$

бунда $dz=dz_1\wedge...\wedge dz\wedge dz_{n+1}$.

$\mathbb{C}^{n+1}$ фазода $(n+1,n)$ типдаги ташқи дифференциал форма $U(\varsigma\ ,z$ ни қараймиз:

$$U(\varsigma,z)=\frac{n!}{(2\pi i)^{n+1}}\sum_{k=1}^{n+1}(-1)^{k-1}\frac{\bar{\varsigma}_k-\bar{z}_k}{|\varsigma-z|^{2n}}d\bar{\varsigma}\left[k\right]\wedge d\varsigma, \tag{3}$$

бунда $d\varsigma=d\varsigma_1\wedge...\wedge d\varsigma_{n+1},\ d\bar{\varsigma}\left[k\right]=d\bar{\varsigma}_1\wedge...d\bar{\varsigma}_{k-1}\wedge d\bar{\varsigma}_{k+1}\wedge...\wedge d\bar{\varsigma}_{n+1}$.

Бу дифференциал форма Мартинелли-Бохнер интеграл ифодасининг ядросидир.

$\mathbb{C}^{n+1}$ фазода юқори ярим фазони қараймиз:

$$\mathbb{C}_{+}^{n+1}=\left\{(z',z_{n+1})\in\mathbb{C}_{+}^{n+1}:(z',z_{n+1})=(z_1,...,z_n,z_{n+1}),\operatorname{Im}z_{n+1}>0\right\},$$

унинг чегараси

$$\partial\mathbb{C}_{+}^{n+1}=\mathbb{R}^{2n+1}=\left\{(z',z_{n+1})\in\mathbb{C}_{+}^{n+1}:(z',z_{n+1})=(z_1,...,z_n,z_{n+1}),\operatorname{Im}z_{n+1}=0\right\}$$

бўлади.

Бу параграфда шу юқори ярим фазо чегарасида Мартинелли-Бохнер ядросининг қиймати ҳисобланган.

1-лемма. Мартинелли Бохнер интеграл формуласининг ядроси $U(\varsigma,z)$ нинг юқори ярим фазо $\mathbb{C}_{+}^{n+1}$ нинг чегараси $\mathbb{R}^{2n+1}$ даги қиймати

$$\frac{1}{2i}\frac{\left(\bar{\varsigma}_{n+1}-\bar{z}_{n+1}\right)}{y_{n+1}}P\left(\varsigma,z',y_{n+1}\right)dv,\quad z\notin\mathbb{R}^{2n+1},\varsigma\in\mathbb{R}^{2n+1}\qquad(4)$$

га тенг, бунда

$$P\left(\varsigma,z',y_{n+1}\right)=\frac{n!}{\pi^{n+1}}\frac{y_{n+1}}{\left(\left|\varsigma-z\right|^2+\left|\xi_{n+1}-x_{n+1}\right|^2+y_{n+1}^2\right)^{n+1}},\quad z\notin\mathbb{R}^{2n+1},\varsigma\in\mathbb{R}^{2n+1},$$

функция $\mathbb{C}_{+}^{n+1}$ ярим фазо учун Пуассон ядроси бўлиб, бунда $\varsigma=(\varsigma',\varsigma_{n+1})=(\varsigma_1,...,\varsigma_n,\varsigma_{n+1})$, $\varsigma_j=\xi_j+i\eta_j$, $j=1,...,n,n+1$, ва $dv=d\xi_1\wedge...\wedge d\xi_{n+1}\wedge d\eta_1\wedge...\wedge d\eta_n$.

2.1- параграфда қаралаётган юқори ярим фазода $f\in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синфдан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи топилган.

Қуйидаги таърифни келтирамиз.

2-таъриф. f функция $\mathbb{R}^{2n+1}$да чегараланган функциялар фазосига тегишли бўлсин, яъни $f\in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$. Агар f функция $\mathbb{R}^{2n+1}$да ўлчовли бўлса ва $(1+|x_{n+1}|)f(z',x_{n+1})$ функция $L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ га тегишли бўлса, у ҳолда $f\in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ деб айтамиз.

$L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ да f нинг нормасини $\|f\|_{\infty}$билан белгилаймиз. Агар $f\in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, бўлса, у ҳолда $f\in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $x_{n+1}f\in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$бўлиши равшан (ва аксинча).

$f\in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функцияни қараймиз ва f^* билан унинг Пуассон интегралини белгилаймиз:

$$f^*(z)=\int_{\mathbb{R}^{2n+1}}f(\varsigma,z)P(\varsigma',\xi_{n+1},z)dv$$

Қуйидаги теорема 2.1- параграфнинг асосий натижаси ҳисобланади.

2-теорема. Агар $f\in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ гармоник бўлган функция ва

$$f^*(\cdot, y_{n+1})\cdot x_{n+1} - y_{n+1} f_1(\cdot, y_{n+1})$$

функциянинг нормаси $L^\infty(\mathbb{R}^{2n+1})$ да $y_{n+1}>0$ бўлганда текис чегараланган бўлса, у ҳолда f функциянинг Мартинелли - Бохнер интеграли яқинлашади ва

$$M\left[f\right](z) = \frac{1}{2} f^*(z) + \frac{i}{2} f_1(z), \quad \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1},\ z \in \mathbb{C}_+^{n+1}\ , \tag{5}$$

тенглик бажарилади, бу ерда $f_1(z) = \int\limits_1^{y_{n+1}} \frac{\partial f^*}{\partial x_{n+1}}(z', x_{n+1}, \eta_{n+1}) d\eta_{n+1} + \varphi(z', x_{n+1})$ ва $\varphi(z', x_{n+1})$ эса Пуассон тенгламасининг (қаралаётган функциянинг $\mathbb{R}^{2n+1}$ да чегаравий қийматлари мавжуд бўлгандаги) бирор ечими: $\tilde{\Delta}\varphi = -\frac{\partial^2 f^*}{\partial y_{n+1}\partial x_{n+1}}$.

Бу бобнинг иккинчи параграфида $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 \le p < \infty$ синфдан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер интегралини ҳисоблаш формуласи топилган.

Биз $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 < p < \infty$ фазони, яъни $\mathbb{R}^{2n+1}$ фазода p- даражаси билан жамланувчи функциялар фазосини қараймиз. Бу функциялар фазоси $\mathbb{R}^{2n+1}$да ўлчовли, $\left(\int\limits_{\mathbb{R}^n} |f(x)|^p dx\right)^{\frac{1}{p}} < \infty$ шартни қаноатлантирувчи барча f функциялардан иборат. Бу фазода нормани $\|f\|_p$ билан белгиласак, у ҳолда

$$\|f\|_p = \left(\int\limits_{\mathbb{R}^n} |f(x)|^p dx\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Бу параграфнинг асосий натижаси қуйидаги теоремада ифодаланган.

3-теорема. Агар $f \in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 < p < \infty$ гармоник функция ва $y_{n+1} f_1(\cdot, y_{n+1})$ функциянинг нормаси $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ да $y_{n+1} > 0$ бўлганда текис чегараланган бўлса, у ҳолда f функциянинг Мартинелли - Бохнер интеграли яқинлашади ва қуйидаги тенглик ўринли:

$$M\left[f\right](z) = \frac{1}{2} f^*(z) + \frac{i}{2} f_1(z), \quad \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1},\ z \in \mathbb{C}_+^{n+1}\ , \tag{6}$$

бўлади, бу ерда $f_1(z) = \int\limits_1^{y_{n+1}} \frac{\partial f^*}{\partial x_{n+1}}(z', x_{n+1}, \eta_{n+1}) d\eta_{n+1} + \varphi(z', x_{n+1})$ ва $\varphi(z', x_{n+1})$ эса Пуассон тенгламасининг $\mathbb{R}^{2n+1}$ даги бирор ечими: $\tilde{\Delta}\varphi = -\frac{\partial^2 f^*(z', x_{n+1})}{\partial y_{n+1}\partial x_{n+1}}$.

Диссертациянинг **«Ярим фазода Мартинелли-Бохнер операторининг спектрал хоссалари»** деб номланган учинчи бобида ярим фазода

$L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазолардан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер операторининг спектрал хоссалари тадқиқ қилингқн.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида $L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазодан олинган функциялар учун ярим фазода Мартинелли-Бохнер операторининг спектрал хоссалари ўрганилган.

$f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функциялар учун Мартинелли-Бохнер операторини қуйидагича аниқлаймиз:

$$M\left[f\right](z) = \int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma, z)U(\varsigma, z)$$

3.1-параграфнинг асосий натижаси қуйидаги теоремадан иборат.

4-теорема. Айтайлик f функция $f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ ва $y_{n+1} \to \infty$ да

$$\| f*(\cdot, y_{n+1})\|_{\infty} = O(1/y_{n+1})$$

бўлсин. У ҳолда бу синфдан олинган функциялар учун Мартинелли-Бохнер операторининг хос функциялари битта z_{n+1} ўзгарувчининг голоморф функциялари бўлиб, хос сонлари 1 га тенг, ёки мос равишда шу ўзгарувчининг антиголоморф функцияси бўлиб, хос сонлари 0 га тенг бўлган функциялар ва фақат шу функциялар бўлади.

Бу теоремани исботлашда Сохоцкий – Племель формуласидан фойдаланилади.

5-теорема(Сохоцкий-Племель). Фараз қилайлик, D - чегараси ∂D бўлакли силлиқ чегараланган соҳа ва $f \in C^{\alpha}(\partial D)$, $0<\alpha<1$ бўлсин. У ҳолда Мартинелли - Бохнер интеграли F^{+} $\overline{D}$ га узлуксиз давом эттирилади ва $F^{+} \in C^{\alpha}(\overline{D})$, F^{-} интеграл эса $C^{n} \setminus D$ га узлуксиз давом эттирилади ва $F^{-} \in C^{\alpha}(C \setminus D)$. Бундан ташқари, Сохоцкий-Племель формуласи

$$F^{+}(z) = (1-\tau(z))f(z) + v.p.\int\limits_{\partial D} f(\zeta)U(\zeta, z),$$

$$F^{-}(z) = -\tau(z)f(z) + v.p.\int\limits_{\partial D} f(\zeta)U(\zeta, z), z \in \partial D, \qquad (7)$$

ўринли бўлади.

Агар $f \in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ бўлса, у ҳолда бундай функциянинг Мартинелли–Бохнер интеграли узоқлашиши мумкин, масалан, $f=1$ бўлганда. Бу ҳолда Мартинелли–Бохнер интегралини Коши бўйича бош қиймати сифатида қараш керак:

$$v.p.\int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma)U(\varsigma, z) = \lim_{R \to \infty}\int\limits_{B_R} f(\varsigma)U(\varsigma, z), \quad z \notin \mathbb{R}^{2n+1},$$

бу ерда B_R - $\mathbb{R}^{2n+1}$ даги маркази нолда радиуси R га тенг бўлган шар.

1-тасдиқ. Ушбу

$$v.p.\int_{\mathbb{R}^{2n+1}} U(\varsigma,z)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & y_{n+1}>0,\\ -\dfrac{1}{2}, & y_{n+1}<0.\end{cases}$$

тенглик ўринли.

Бу бобнинг иккинчи параграфида ярим фазода ўлчовли p- даражаси билан жамланувчи функциялар учун Мартинелли-Бохнер операторининг хос функциялари ва хос сонлари тадқиқ қилинган.

$L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1\le p<\infty$ фазони, яъни $\mathbb{R}^{2n+1}$ ўлчовли p- даражаси билан жамланувчи барча функциялар фазосини қараймиз, бу функциялар учун норма

$$\|f\|_p=\left(\int_{\mathbb{R}^m}|f(x)|^p\,dv\right)^{\frac{1}{p}}<+\infty\,.$$

кўринишда аниқланади.

$f\in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1\le p<\infty$ функциялар учун Мартинелли-Бохнер операторини қуйидагича аниқлаймиз:

$$M\big[\,f\,\big](z)=\int_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma,z)U(\varsigma,z)$$

3.2–параграфда қуйидаги теорема исботланган.

6-теорема. $f\in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ функциялар синфини қараймиз, $y_{n+1}\to\infty$ да $f^*(\cdot,y_{n+1})$ функциянинг нормаси учун

$$\left\|f^*(\cdot,y_{n+1})\right\|_p=O(1/y_{n+1})$$

ўринли бўлсин. У ҳолда бу синф функциялари учун Мартинелли–Бохнер оператори хос функцияларга эга эмас.

Бу теоремани исботлашда голоморф функциялар назариясида муҳим теоремалардан бири бўлган Лиувилль теоремасининг аналогидан фойдаланилади.

7-*теорема.* (Лиувилль). Агар $f(z)$ функция $\mathbb{C}^n$ да голоморф ва чегараланган бўлса, у ҳолда $f(z)$ ўзгармасдир.

Бу теореманинг аналоги қуйидаги лемма кўринишида келтирилади.

2-лемма. Агар гармоник функция $f\in L^p(\mathbb{R}^n)$, $p>1$ бўлса, у ҳолда у нолга тенг.

ХУЛОСА

Диссертация иши $n+1$ ўлчамли $\mathbb{C}^{n+1}$комплекс фазодаги $\mathbb{C}_+^{n+1}$ юқори ярим фазода Мартинелли-Бохнер интеграл формуласини ва унга мос Мартинелли-Бохнер интеграл операторини тақиқ қилишга бағишланган.

Диссертацияда олинган илмий натижалар асосида қуйидаги хулосаларга келинди:

1. Кўп ўлчамли юқори ярим фазо чегарасида Мартинелли-Бохнер ядросининг қиймати ҳисобланган.

2. $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазодан олинган функциялар учун ярим фазода Мартинелли-Бохнер интегралининг яқинлашувчилиги исботланган ва уни ҳисоблаш формуласи топилган.

3. $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ функционал фазодан олинган функциялар учун ярим фазода Мартинелли-Бохнер интегралининг яқинлашувчилиги исботланган ва уни ҳисоблаш формуласи топилган.

4. $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг юқори ярим фазода хос функциялари ва хос сонлари топилган.

5. Мартинелли-Бохнер интеграл операторининг $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ синф функциялари учун юқори ярим фазода хос функцияларга эга эмаслиги исботланган.

Олинган натижалар кўп комплекс ўзгарувчили функциялар назариясида интеграл формулаларни ва кўп ўлчамли комплекс фазода интеграл операторларни тадқиқ қилишда қўлланилади.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.27.06.2017.FM.02.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПРИ САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

РУСТАМОВА МАСТУРА САМАДОВНА

ОБ ИНТЕГРАЛЕ МАРТИНЕЛЛИ-БОХНЕРА В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

01.01.01 – Математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

г. Самарканд – 2018 год

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико – математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № В2017.4.PhD/FM151.

Диссертация выполнена в Каршинском государственном университете.

Автореферат диссертация на трех языках (узбекский, русский, английский(резюме)) размешен на веб- странице Научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно – образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Гулмирза Худайберганов** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Имомқулов Севдиёр Акромович** доктор физико-математических наук
	Пренов Барлыкбай Баракбаевич кандидат физико-математических наук
Ведущая организация:	**Ургенчский государственный университет**

Защита диссертации состоится «_____» ______ 2018 года в _____ часов на заседании Научного совета PhD.27.06.2017.FM.02.01 при Самаркандском государственном университете (Адрес: 140104 г.Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, 239-12-47, e-mail: patent@samdu.uz).

С диссертационной работоймложно ознакомиться в Информационно – ресурсном центре Самаркандского государственного университета (зарегистрирована за № ______). Адресс: 140104 г. Самарканд Университетский бульвар 15. Тел.: (+99866) 231-06-32.

Автореферат диссертации разослан «______»________2018 года
(протокол рассылки №______ от «_____» _________ 2018 года)

А.С. Солеев
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней д.ф.-м.н., профессор

А.М. Халхужаев
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

С.Н. Лакаев
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор, академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне во многих случаях, приводятся к исследованию интегральных представлений и интегральных операторов. В многомерном комплексном анализе интегральные представления являются мощным конструктивным аппаратом и имеет важные применения. Интегральное представление Мартинелли-Бохнера является интегральным представлением, в котором интеграл вычисляется по всей границе области и имеет универсальное ядро не зависящей от вида области. В работах многих учёных исследовавших это интегральное представление рассматривались ограниченные области. Обобщение формулы для неограниченной области исследование спектра оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве для функций из разных функциональных пространств остается одним из важных задач.

В настоящее время в мире осуществляется ряд научных исследований по приоритетным направлениям, как исследование интегральных представлений и их применений в многомерном комплексном анализе является одним из актуальных вопросов. Эти интегральные представления играют актуальную роль при определении условий голоморфного продолжения функций, заданных на границе, при исследование граничных свойств сингулярных интегральных операторов. При этом исследование интегрального представления Мартинелли-Бохнера в полупространстве, доказать сходимость этого интеграла для функций из разных функциональных пространств и найти формулу для вычисления, исследование спектральных свойств соответствующего интегрального оператора в полупространстве считаются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране в годы независимости особое внимание уделяется направлениям имеющим фундаментальное и прикладное применение современного комплексного анализа. В частности, особое внимание было уделено задачам приводящим к многомерным интегральным представлениям, имеющие разнообразные и важние применения в комплексном анализе и теории вычетов. Исследование интегрального представления Мартинелли–Бохнера и соответствующего интегрального оператора является важной задачей. Было поставлено, что проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук на уровне международных стандартов по математическому и комплексному анализу, в теории динамических систем является основной задачей и активным направлением[1]. Развитие теории интегральных представлений и интегральных операторов в многомерном комплексном анализе играет важную роль в исполнении постановления.

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии Наук Республики Узбекистан»

Эта диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан №-ПП-2909 «О мерах и действиях по дальнейшему развитию высшего образования» от 20 апреля 2017 года и №-УП-4947 «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 8 февраля 2017 года а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Исследование интегрального представления Мартинелли-Бохнера развивались в семидесятые годы прошлого века. Это связано с применениями интегральных методов в многомерном комплексном анализе. Интегральные представления Коши-Фантаппье и Коппельмана нашли серьезные применения. Интегральное представление Коппельмана для внешних форм является обобщением представления Мартинелли-Бохнера, так как, ядро этих представлений строится с помощью производных фундаментального решения уравнения Лапласа. Ученые F.R. Harvey и H.B. Lowson получили результат о натягивании комплексных пленок на нечетномерные многообразия, в основе которого тоже лежит формула Мартинелли-Бохнера, а B.Weinstock доказал формулу Мартинелли-Бохнера для непрерывных функций.

В шестидесятые годы прошлого века благодаря ученым Л.А. Айзенбергу и А.П. Южакову в Красноярске возникла школа по многомерному комплексному анализу, которая развивала теорию интегральных представлений. Интегральное представление Мартинелли-Бохнера и её применения исследованы работах Л.А. Айзенберга, Ш.А. Даутова, А.М. Кытманова и других представителей этой школы. Распространение интегральной формулы Мартинелли-Бохнера в единичный шар из $\mathbb{C}^n$ получено в работах А. М. Кытманова. В работе G.M. Henkin и J.Leiterer формула Мартинелли-Бохнера распространяется на многообразии Штейна. Еще одним обобщением формулы Мартинелли-Бохнера является формула Андреотти – Норге. Интегральное представление Мартинелли–Бохнера и её применения рассматривались и развивались в работах Е.Л. Стаута, Лу Цикена, Чжун Тунде, В.Какичева, Е.Чирки, Г.Хенкина, А.Аронова, Ш.Ярмухамедова, Б.А. Шоимкулова, Н.Тарханова, Б.Б. Пренова, Д.Х. Джумабаева.

В последние годы ведутся исследования сингулярных интегральных операторов типа Мартинелли-Бохнера и потенциалов (А.Кытманов, С.Мысливец, Н.Тарханов) в случае ограниченных областей D с конической особой точкой, по изучению задач перестановки особого интеграла типа Мартинелли-Бохнера (А.М.Кытманов, Б.Б.Пренов и Н.Н.Тарханов), обобщения теоремы о скачке интеграла Мартинелли-Бохнера в области с сингулярным ребром, являющимся аналогом теоремы Сохоцкого-Племеля (А.Кытманов, С.Мысливец, Н.Тарханов). Теория интегральных формул в многомерном комплексном пространстве и их приложения исследуется в работах А.М.Кытманова, Н.Тарханова, А.Аронова, Ш.Даутова, Г.Хенкина, М.Аграновского, А.Шляпунова, Б.Шаимкулова, Б.Пренова, А.Кацуновой, Д.Джумабаева, Б.П. Отемуратова и многих других ученых.

Связь темы диссертации с научно- исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялось диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научных исследований Каршинского Государственного университета по теме ОТ-Ф4-22 «Конкретные динамические системы с непрерывними и дискретными времени, спектры частично интегральных операторов» (2017-2021гг.).

Целью исследования является получение формулы представления Мартинелли-Бохнера в полупространстве, исследование собственных функций и собственных значений оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

вычисление сужения ядра Мартинелли-Бохнера на границе полупространства.

получение формулы для представления интеграла Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

получение формулы для вычисления интеграла Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

исследование свойств спектра оператора Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

исследование собственных функций и собственых чисел оператора Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Объект исследования. Верхнее полупространство многомерного комплексного пространства, интегральная формула Мартинелли-Бохнера и соответствующий интегральный оператор Мартинелли-Бохнера**.**

Предмет исследования. Функции из функциональных пространств $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ и $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$**,** голоморфные в комплексном верхнем полупространстве и гармонические на границе полупространства**.**

Методика исследования. В диссертационной работе использованы методы интегральных представлений голоморфных функций в многомерном комплексном анализе и теории функций многих комплексных переменных.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

получена формула для представления интеграла Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве;

получена формула для представления интеграла Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве;

найдены собственные функции и собственные значения оператора Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве;

доказано, что оператор Мартинелли-Бохнера не имеет собственных функций из класса $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Практические результаты исследования – вычисление сужения ядра Мартинелли–Бохнера в полупространстве, нахождение формулы для представления Мартинелли–Бохнера в полупространстве, определение собственных функций и собственных значений соответствующего оператора для функций из $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ и $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов теории интегральных формул голоморфных функций многих комплексных переменных и строгостью математических рассуждений.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научное значение результатов исследования заключается в том, что в полупространстве определены условия сходимости интеграла Мартинелли–Бохнера и найдены формулы вычисления для функций из $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ и $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что она дает возможность распространения интегрального представления Мартинелли-Бохнера, исследованного на ограниченных областях на неограниченную область, т.е. в полупространство.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в диссертации, были внедрены в практике в следующих направлениях:

вычисление интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве были использованы по гранту 08-01-90250 по теме «Аналитическое продолжение голоморфных и гармонических функций» в 2008-2009 годах (справка Сибирского федерального университета от 5 марта 2018 года под номером 37/11-1623). Применение этих результатов дало возможность найти аналитическое продолжение гармонических функций представимых интегралом Мартинелли-Бохнера;

нахождение собственых функций и собственных значений оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве были использованы в рамках научных исследований по гранту 11-01-00852 по теме «Многомерные комплексные вычеты в комплексном анализе, их применения в статистической физике и теориях разностных и дифференциальных уравнений» в 2011-2013 годах (справка Сибирского федерального университета от 5 марта 2018 года под номером 37/11-1623). Применение этих результатов дало возможность описания алгебры сингулярных интегральных операторов на гиперповерхностях с коническими ребрами;

формулы вычисления интеграла Мартинелли-Бохнера в верхнем полупространстве многомерного комплексного пространства были использованы в рамках научных исследований по гранту № ОТ-Ф1-116 по теме «Задачи аналитического продолженияи вопросы геометрической теории функций» в 2007-2011 годах (справка Министерства высшего и средне – специального образования Республики Узбекистан от 20 февраля 2018 года под номером 89-03-803). Применение этих результатов дало возможность нахождению интегральной формулы для мероморфных функций из некоторых классов в заданной области;

формулы интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве и спектральные свойства оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве были использованы в рамках научных исследований по гранту № Ф-4-31 «Теория плюрипотенциала и интегральные представления в многомерном анализе» в 2012-2016 годах (справка Министерства высшего и средне – специального образования Республики Узбекистан от 20 февраля 2018 года под номером 89-03-803). Применение этих результатов дало возможность получения асимтотического разложения символа сингулярного интеграла Мартинелли-Бохнера в поверхностях с коническими ребрами.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на 9 научно-практических конференциях, в том числе на 1 международных и 8 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 13 научных работ из них 4 в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций доктора философии, в том числе из них 2 опубликованы в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях, а также результаты вошли в монографию.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Общее число страниц диссертационной работы – 82.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной «**Сведенья об интегральном представление Мартинелли-Бохнера»** приведены необходимые предварительные сведения, необходимые обозначения, основные определения и важные теоремы об интегральном представлении Мартинелли-Бохнера и еще известные результаты, используемые в дальнейшем.

В параграфе 1.1 приведены интегральное представление Мартинелли–Бохнера, его основные свойства исследованные разными учеными и применения.

Рассмотрим n - мерное комплексное пространство $\mathbb{C}^n$, точками которого являются упорядоченные наборы n комплексных чисел $z=(z_1,...,z_n)$.

Определение 1. Область D называется областью с кусочно - гладкой границей ∂D, если $D=\left\{z:\rho_j(z)<0,\ \ j=1,...,m\ \right\}$ причем вещественнозначные функции ρ_j принадлежат классу C^1 в некоторой окрестности замыкания $\bar{D}$ и для любого набора индексов $j_1,...,j_s$ выполняется условие $d\rho_{j_1}\wedge...\wedge d\rho_{j_s}\neq 0$ на множестве $\left\{z:\rho_{j_1}(z)=...=\rho_{j_s}(z)=0\right\}$, т.е. под областью D с кусочно - гладкой границей ∂D будем понимать невырожденный гладкий полиэдр.

Теорема 1. (Мартинелли, Бохнер). Если D – ограниченная область в $\mathbb{C}^n$ с кусочно - гладкой границей, а функция $f\in C(\bar{D})$, голоморфна в D и $\left[Mf\right](z)$ оператор Мартинелли-Бохнера, то

$$\left[Mf\right](z)=\int\limits_{\partial D} f(\varsigma)U(\varsigma,z)=\begin{cases} f(z),\ z\in D \\ 0,\ z\notin D\end{cases}, \tag{1}$$

где $U(\varsigma,z)$ внешняя дифференциальная форма типа $(n-1,n)$ следующего вида

$$U(\varsigma,z)=\frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n}\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{\bar{\varsigma}_k-\bar{z}_k}{\left|\varsigma-z\right|^{2n}}d\bar{\varsigma}\left[k\right]\wedge d\varsigma, \tag{2}$$

где $d\varsigma = d\varsigma_1 \wedge ... \wedge d\varsigma_n$, $d\bar{\varsigma}[k] = d\bar{\varsigma}_1 \wedge ... d\bar{\varsigma}_{k-1} \wedge d\bar{\varsigma}_{k+1} \wedge ... \wedge d\bar{\varsigma}_n$.

Дифференциальная форма $U(\varsigma, z)$ является ядром интегрального представления Мартинелли–Бохнера и является замкнутой по переменной ς т.е. $d_\varsigma U(\varsigma, z) = 0$.

Авторы этого интегрального представления являются ученые из Италии и Германии. Интегральное представление Мартинелли-Бохнера для голоморфных функций многих комплексных переменных является первым у многомерным представлением, в котором интегрирование велось по всей границе области. Это интегральное представление обладает универсальным ядром, не зависящим от вида области, так же как и ядро Коши в $\mathbb{C}^1$. Но в пространстве $\mathbb{C}^n$ при $n > 1$ ядро Мартинелли-Бохнера является гармонической, а не голоморфной функцией.

В параграфе 1.2 приведены необходимые определения и понятия для исследования интегрального представления Мартинелли-Бохнера, некоторые обобщения интегрального представления Мартинелли-Бохнера и ранее известные факты.

В параграфе 1.3 приведены результаты полученные по исследованию интегральной формулы и соответствующего интегрального оператора Мартинелли-Бохнера в единичном шаре $B(0,1)$ из $\mathbb{C}^n$, а также обзор полученных результатов.

Вторая глава диссертации, названная **«Вычисление интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве»** посвящена вычислению интеграла Мартинелли-Бохнера для функций из функциональных пространств $L^\infty_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ и $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Будем рассматривать $n+1$ - мерное комплексное пространство $\mathbb{C}^{n+1}$ переменных $z = (z', z_{n+1}) = (z_1, ..., z_n, z_{n+1})$.

Если $z, w \in \mathbb{C}^{n+1}$, то $\langle z, \bar{w} \rangle = z_1\bar{w}_1 + ... + z_n\bar{w}_n + z_{n+1}\bar{w}_{n+1}$, и $|z| = \sqrt{\langle z, \bar{z} \rangle}$,
где $\bar{z} = (\bar{z}_1, ..., \bar{z}_n, \bar{z}_{n+1})$.

Если точка $z \in \mathbb{C}^{n+1}$, то

$$\operatorname{Re} z = (\operatorname{Re} z_1, ..., \operatorname{Re} z_n, \operatorname{Re} z_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}, \quad \operatorname{Re} z_j = x_j,$$

а

$$\operatorname{Im} z = (\operatorname{Im} z_1, ..., \operatorname{Im} z_n, \operatorname{Im} z_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}, \quad \operatorname{Im} z_j = y_j,$$

т.е. $z_j = x_j + iy_j$, $j = 1, ..., n, n+1$.

Ориентация $\mathbb{C}^{n+1}$ определяется порядком координат

$$(x_1, ..., x_n, , x_{n+1} y_1, ..., y_n, y_{n+1}).$$

Таким образом, форма объема dv имеет вид:

$$dv = dx_1 \wedge ... \wedge dx_{n+1} \wedge dy_1 \wedge ... \wedge dy_{n+1} = dx \wedge dy =$$

$$= (i/2)^{n+1} dz \wedge d\bar{z} = (-i/2)^{n+1} d\bar{z} \wedge dz \quad ,$$

где $dz = dz_1 \wedge ... \wedge dz \wedge dz_{n+1}$.

Рассмотрим в $\mathbb{C}^{n+1}$ внешнюю дифференциальную форму $U(\varsigma, z)$ типа $(n+1, n)$ вида

$$U(\varsigma, z) = \frac{n!}{(2\pi i)^{n+1}} \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k-1} \frac{\bar{\varsigma}_k - \bar{z}_k}{|\varsigma - z|^{2n}} d\bar{\varsigma}[k] \wedge d\varsigma, \qquad (3)$$

где $d\varsigma = d\varsigma_1 \wedge ... \wedge d\varsigma_{n+1}$, $d\bar{\varsigma}[k] = d\bar{\varsigma}_1 \wedge ... d\bar{\varsigma}_{k-1} \wedge d\bar{\varsigma}_{k+1} \wedge ... \wedge d\bar{\varsigma}_{n+1}$.
Она является ядром интегрального представления Мартинелли – Бохнера.

Рассмотрим (верхнее) полупространство

$$\mathbb{C}_+^{n+1} = \left\{(z', z_{n+1}) \in \mathbb{C}_+^{n+1} : (z', z_{n+1}) = (z_1, ..., z_n, z_{n+1}), \operatorname{Im} z_{n+1} > 0\right\},$$

граница которого

$$\partial\mathbb{C}_+^{n+1} = \mathbb{R}^{2n+1} = \left\{(z', z_{n+1}) \in \mathbb{C}_+^{n+1} : (z', z_{n+1}) = (z_1, ..., z_n, z_{n+1}), \operatorname{Im} z_{n+1} = 0\right\}.$$

В этом параграфе вычислено сужение ядра Мартинелли-Бохнера на границе этого полупространства.

Лемма 1. Сужение ядра $U(\varsigma, z)$ на $\mathbb{R}^{2n+1}$ равно

$$\frac{1}{2i} \frac{\left(\bar{\varsigma}_{n+1} - \bar{z}_{n+1}\right)}{y_{n+1}} P\left(\varsigma, z', y_{n+1}\right) dv, \quad z \notin \mathbb{R}^{2n+1}, \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1} \qquad (4)$$

где функция

$$P\left(\varsigma, z', y_{n+1}\right) = \frac{n!}{\pi^{n+1}} \frac{y_{n+1}}{\left(|\varsigma - z|^2 + |\xi_{n+1} - x_{n+1}|^2 + y_{n+1}^2\right)^{n+1}}, \quad z \notin \mathbb{R}^{2n+1}, \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1},$$

является ядром Пуассона для полупространства $\mathbb{C}^{n+1}$, а $\varsigma = (\varsigma', \varsigma_{n+1}) = (\varsigma_1, ..., \varsigma_n, \varsigma_{n+1})$, $\varsigma_j = \xi_j + i\eta_j$, $j = 1, ..., n, n+1$, и $dv = d\xi_1 \wedge ... \wedge d\xi_{n+1} \wedge d\eta_1 \wedge ... \wedge d\eta_n$.

В параграфе 2.1 второй главы получена формула для вычисления интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве для функций из класса $f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$.

Приведем следующее определение.

Определение 2. Пусть функция $f \in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, т.е. f принадлежит пространству существенно ограниченных функций в $\mathbb{R}^{2n+1}$. Будем говорить, что $f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, если f измерима на $\mathbb{R}^{2n+1}$ и функция $(1 + |x_{n+1}|) f(z', x_{n+1})$ принадлежит пространству $L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$.

Норму f в $L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ обозначим через $\|f\|_{\infty}$. Ясно, что если

$$f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1}), \text{ то } f \in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1}) \text{ и } x_{n+1} f \in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1}) \text{ (и обратно).}$$

Рассмотрим функцию $f \in L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, и обозначим через f^* ее интеграл Пуассона:

$$f^*(z) = \int_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma, z) P(\varsigma', \xi_{n+1}, z) dv.$$

Основным результатом первого параграфа второй главы является следующая теорема.

Теорема 2. Если функция $f \in L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ и норма функции

$$f*(\cdot, y_{n+1}) \cdot x_{n+1} - y_{n+1} f_1(\cdot, y_{n+1})$$

равномерно ограничено в $L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, при $y_{n+1} > 0$, то интеграл Мартинелли–Бохнера от функции f сходится и выполняется равенство

$$M[f](z) = \frac{1}{2} f^*(z) + \frac{i}{2} f_1(z), \quad \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1},\ z \in \mathbb{C}^{n+1}_{+}\ , \tag{5}$$

где $f_1(z) = \int\limits_1^{y_{n+1}} \frac{\partial f^*}{\partial x_{n+1}}(z', x_{n+1}, \eta_{n+1}) d\eta_{n+1} + \varphi(z', x_{n+1})$, а $\varphi(z', x_{n+1})$ есть некоторое решение уравнения Пуассона в $\mathbb{R}^{2n+1}$: $\tilde{\Delta}\varphi = -\frac{\partial^2 f^*}{\partial y_{n+1} \partial x_{n+1}}$

(при условии существования граничных значений данной функции на $\mathbb{R}^{2n+1}$).

Во втором параграфе второй главы получена формула для вычисления интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве для функций из класса $f \in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 < p < \infty$.

Рассмотрим пространство $L^p\left(\mathbb{R}^{2n+1}\right)$, $1 < p < \infty$, т.е. пространство всех измеримых на $\mathbb{R}^{2n+1}$ функций f таких, что $\left(\int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} |f(x)|^p\, dx\right)^{\frac{1}{p}} < \infty$. Норму в этом пространстве обозначим через $\|f\|_p$, тогда $\|f\|_p = \left(\int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} |f(x)|^p\, dx\right)^{\frac{1}{p}}$.

Основным результатом параграфа 2.2 второй главы является следующая теорема.

Теорема 3. Если гармоническая функция $f \in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $(1 \le p < +\infty)$ и норма функции $y_{n+1} f_1(\cdot, y_{n+1})$ равномерно ограничено в $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ при $y_{n+1} > 0$, то интеграл Мартинелли–Бохнера от функции f сходится и выполняется равенство

$$M[f](z) = \frac{1}{2} f^*(z) + \frac{i}{2} f_1(z), \quad \varsigma \in \mathbb{R}^{2n+1},\ z \in \mathbb{C}^{n+1}_{+}\ , \tag{6}$$

где $f_1(z) = \int\limits_1^{y_{n+1}} \frac{\partial f^*}{\partial x_{n+1}}(z', x_{n+1}, \eta_{n+1}) d\eta_{n+1} + \varphi(z', x_{n+1})$, а $\varphi(z', x_{n+1})$ есть некоторое решение уравнения Пуассона в $\mathbb{R}^{2n+1}$: $\tilde{\Delta}\varphi = -\frac{\partial^2 f^*(z', x_{n+1})}{\partial y_{n+1} \partial x_{n+1}}$.

В третьей главе диссертации, названной «**Спектральные свойства оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве**», исследованы спектральные свойства оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве.

В первом параграфе третьей главы исследованы собственные функции и собственные числа оператора Мартинелли-Бохнера для функций из класса $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Для функций $f \in L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ оператор Мартинелли-Бохнера определим в следующем виде:

$$M\left[f\right](z) = \int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma, z)U(\varsigma, z)\ .$$

Основным результатом параграфа 3.1 является следующая теорема.

Теорема 4. Пусть функция $f \in L^{\infty}_{n+1}$ и

$$\left\| f^*(\cdot, y_{n+1}) \right\|_{\infty} = O(1/y_{n+1})$$

при $y_{n+1} \to \infty$. Собственными функциями оператора Мартинелли-Бохнера из этого класса являются функции одного переменного z_{n+1}, голоморфные по z_{n+1} с собственным числом, равным 1, и, соответственно, функции антиголоморфные по z_{n+1} с собственным числом, равным 0, и только они.

При доказательстве теоремы используются формула Сохоцкого – Племеля.

Теорема 5 (Сохоцкий-Племель). Пусть D - ограниченная область с кусочно-гладкой границей ∂D и $f \in C^{\alpha}(\partial D)$, $0 < \alpha < 1$. Тогда интеграл Мартинелли-Бохнера F^{+} непрерывно продолжается на $\overline{D}$ и $F^{+} \in C^{\alpha}(\overline{D})$, а интеграл F^{-} непрерывно продолжается на $\mathbb{C}^{n} \setminus D$ и $F^{-} \in C^{\alpha}(C \setminus D)$. Кроме того, выполняются формулы Сохоцкого-Племеля

$$F^{+}(z) = (1 - \tau(z))\, f(z) + v.p.\int\limits_{\partial D} f(\zeta)U(\zeta, z)\,,$$

$$F^{-}(z) = -\tau(z)\, f(z) + v.p.\int\limits_{\partial D} f(\zeta)U(\zeta, z), z \in \partial D\,, \tag{7}$$

Если $f \in L^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$, то интеграл Мартинелли-Бохнера может от такой функции расходиться, например, $f = 1$. Его нужно тогда рассматривать в смысле главного значения по Коши:

$$v.p.\int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma)U(\varsigma, z) = \lim_{R \to \infty} \int\limits_{B_R} f(\varsigma)U(\varsigma, z)\,, \quad z \notin \mathbb{R}^{2n+1},$$

где B_R - шар с центром в нуле радиуса R в $\mathbb{R}^{2n+1}$.

Предложение 1. Справедливо равенство

$$v.p.\int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} U(\varsigma, z) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}, & y_{n+1} > 0, \\ -\dfrac{1}{2}, & y_{n+1} < 0. \end{cases}$$

Во втором параграфе третьей главы исследуется собственные функции и собственные значения оператора Мартинелли-Бохнера для измеримых функций с суммируемой p-й степенью в полупространстве.

Для функций $f \in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 \le p < \infty$ оператор Мартинелли-Бохнера определим в следующем виде:

$$M\left[f\right](z) = \int\limits_{\mathbb{R}^{2n+1}} f(\varsigma, z)U(\varsigma, z) .$$

Основным результатом параграфа 3.2 является следующая теорема.

Теорема 6. Пусть функция f из класса $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 < p < \infty$, для которой норма функции $f^*(\cdot, y_{n+1})$ удовлетворяет условиям

$$\left\| f^*(\cdot, y_{n+1}) \right\|_p = O(1/y_{n+1}) \tag{8}$$

при $y_{n+1} \to +\infty$. Тогда оператор Мартинелли-Бохнера не имеет собственных функций в этом классе.

При доказательстве теоремы используются аналог теоремы Лиувилля.

Теорема 7 (Лиувилль). Если функция $f(z)$ голоморфна в $\mathbb{C}^n$ и ограничена, то она постоянна.

Данная теорема обобщена в различных направлениях многими учёными. Мы рассматриваем эту теорему для гармонических функций $f \in L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$, $1 < p < \infty$.

Лемма 2. Если гармоническая функция $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$, $p > 1$, то она равна нулю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию интегрального представления Мартинелли-Бохнера и соответствующего интегрального оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве $\mathbb{C}_+^{n+1}$ $n+1$ мерного комплексного пространства $\mathbb{C}^{n+1}$.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Вычислено сужение ядра Мартинелли-Бохнера на границе полупространства.
2. Получена формула для интегрального представления Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.
3. Получена формула для интегрального представления Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.
4. Исследованы свойства оператора Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве и найдены собственные функции и собственные значения оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве для функций из класса $L_{n+1}^{\infty}(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.
5. Исследованы свойства оператора Мартинелли-Бохнера от функций из класса $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве и доказано, что оператор Мартинелли-

Бохнера не имеет собственных функций из класса $L^p(\mathbb{R}^{2n+1})$ в полупространстве.

Полученные результаты применяются в многомерном комплексном анализе, в теории интегральных представлений и спектральном анализе интегральных операторов.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) PhD.27.06.2017.FM.02.01 SAMARKAND STATE UNIVERSITY

QARSHI STATE UNIVERSITY

RUSTAMOVA MASTURA SAMADOVNA

ABOUT INTEGRAL OF MARTINELLI-BOCHNER ON THE SEMI SPACE

01.01.01-Mathematical analysis

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Samarkand – 2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.4.PhD/FM151 .

Dissertation has been prepared at Karshi State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the «Ziyonet» Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Xudoyberganov Gulmirza** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Imomqulov Sevdiyor Akromovich** доктор физико-математических наук
	Prenov Barlyqbay Baraqbayevich кандидат физико-математических наук
Leading organization:	**Urganch State University**

Defense will take place «____» _____________2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number PhD.27.06.2017.FM.02.01 at Samarkand State University. (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32, fax: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Samarkand State University (is registered №____) (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2018 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2018 year)

A. S. Soleev
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

A.M. Xalxujayev
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

S.N. Lakaev
Chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor, akademik

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to obtain a formula representation of the Martinelli-Bochner integral in a half-space, to find the eigenfunctions and eigenvalues of the Martinelli-Bochner operator in a half-space for functions from different function the spaces.

The object of the research work is the integral Martinelli-Bochner formula in a multidimensional complex half-space and the corresponding integral operator.

Scientific novelty of the research work is as follows:

the formula for the representation of the Martinelli – Bochner's integral in half space the functions from $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$.

the formula of calculation of Martinelli – Bochners integral of functions from the class $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ on the semi space is obtained.

the Eigen functions and eigenvalues of the Martinelli – Bochner operator acting in functions from the classes $L^{\infty}_{n+1}(\mathbb{R}^{2n+1})$ and $L^{p}(\mathbb{R}^{2n+1})$ are obtained.

Implementation of the research results. The resalts obtained during the dissertation research are practiced in the following areas:

computation of the Martinelli-Bochner integral in a half-space were used by grant 08-01-90250 on the subject «Analytic continuation of holomorphic and harmonic functions» in 2008-2009 (certificate of Siberian Federal University dated March 5, 2018 under number 37 / 11-1623). The application of these results made it possible to find an analytic continuation of harmonic functions representable by the Martinelli-Bochner integral;

determination of the eigenfunctions and eigenvalues of the Martinelli-Bochner operator in a half-space were used in the framework of scientific research on grant 11-01-00852 on the theme «Multidimensional complex residues in complex analysis, their applications in statistical physics and theories of difference and differential equations» 2013 (certificate of the Siberian Federal University of March 5, 2018 under the number 37 / 11-1623). The application of these results made it possible to describe the algebra of singular integral operators on hypersurfaces with conical edges;

formulas for calculating the Martinelli-Bochner integral in the upper half-space of a multidimensional complex space were used in the framework of research on grant No. OT-F1-116 on the theme «Problems of analytic continuation and questions of the geometric theory of functions» in 2007-2011 (certificate of the Ministry of Higher and Secondary Special of the Republic of Uzbekistan on February 20, 2018 under the number 89-03-803). The application of these results made it possible to find an integral formula for meromorphic functions from certain classes in a given domain;

the formulas of the Martinelli-Bochner integral in a half-space, and the spectral properties of the Martinelli-Bochner operator in a half-space were used in the framework of research on grant No. F-4-31 «Theory of pluripotential and integral representations in multidimensional analysis» in 2012-2016 (certificate of the Ministry of Higher and secondary special education of the Republic of

Uzbekistan from February 20, 2018 under the number 89-03-803). The application of these results made it possible to obtain an asymptotic expansion of the symbol of the singular Martinelli-Bochner integral in surfaces with conical edges.

The structure and volume of the thesis. The thesis consist of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 82 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; part I)

1. Худайберганов Г.Х., Рустамова М.С. О свойствах оператора Бохнера-Мартинелли в полупространстве // Журнал Сибирского Федерального университета. Серия математики и физики. –Красноярск, 2008. - №1. - С. 94- 99 (№40. Research Gate, IF=0,2).
2. Рустамова М.С. О собственных функциях оператора Бохнера-Мартинелли в полупространстве // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2011. - №1, - С. 143-150 (01.00.00; №6).
3. Рустамова М. О спектре оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве // Вестник НУУз.- Ташкент, 2013. - №1, - С. 138-144 (01.00.00; №8).
4. Rustamova S.M. On the Evaluation of the Martinelli-Bochner Integral in the Half-Space // Mathematics and Statistics. - California, San Jose. -Vol 2, - No 4, Apr. 2014г. –pp. 179-181(№14. Research Bib).

II бўлим (II часть; part II)

5. Рустамова М. С. О собственных функциях и собственных значениях оператора Бохнера – Мартинелли в полупространстве // Материалы Республиканской научной конференции «Новые теоремы молодых математиков – 2006». -Наманган, 15 – 16 ноября 2006. - С. 49-50.
6. Рустамова М.С. Представление Бохнера-Мартинелли в полупространстве // Материалы международной конференции «Новые направление в теории динамических систем и некорректных задач». – Самарканд, 19 – 20 октября 2007. - С. 149-150.
7. Рустамова М.С. Вычисление интеграла Бохнера-Мартинелли в полупространстве // Журнал «ҚарДУ хабарлари». –Карши, 2010. -№ 3. - С. 217-220.
8. Рустамова М.С. Сходимость интеграла Бохнера-Мартинелли в полупространстве // Материалы республиканской конференции «Проблемы современной математики». Карши, 22-23 апреля 2011. – С. 217-220.
9. Рустамова М.С. Аналог теоремы Лиувилля для функций из класса $L^p(R^{2n+1})$ // Материалы научно – практической конференции «Математика фани ва уни ўкитишнинг долзарб муаммолари». – Андижан, 8-9 ноября 2011. - С. 44-45.
10. Рустамова М. О вычисление интеграла Мартинелли-Бохнера для функций из пространства L^∞ в полупространстве // Материалы Республиканской конференции «Современные проблемы комплексного и функционального анализа». Нукус, 11-12 мая 2012. –С. 176-178.

11. Рустамова М.С. О вычислении интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве // Материалы Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2012». -Ташкент, 19-22-декабрь 2012г. –С. 97-98.

12. Рустамова М.С. Сужение ядра Мартинелли-Бохнера в полупространстве // Материалы Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2014», Самарканд, 15-17-сентября 2014г. –С 145.

13. Рустамова М.С. О сходимости интеграла Мартинелли-Бохнера в полупространстве // Сборник статей Международной накучно – практической конференции «Наука и научный потенциал - основа устойчивого развития общества». -Уфа (Российская Федерация). 26 февраля 2018. -С. 16-19.

Авторефератнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари «СамДУ илмий-ахборотнома» журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилди (30.04.2018 йил).

Босишга рухсат этилди: 1.05.2018 йил.
Бичими 60x84 $^{1}/_{16}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 2,4. Адади: 100. Буюртма: № 149.

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68.

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ»
Давлат унитар корхонасида чоп этилди.